8. A2b Matematika gyakorlat

1. Szemléltessük szintfelületekkel az alábbi többváltozós függvényeket:

$$\text{a.)}\ f(x,y)=x^2+y^2 \qquad \text{b.)}\ g(x,y)=x^2-y^2$$

2. Számoljuk ki az alábbi határértékeket, ha léteznek:

$$\text{a.)}\ \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{x-y}{x+y} \qquad \text{b.)}\ \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2} \qquad \text{c.)}\ \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{xy}{x^2+y^2}$$

$$\text{d.)}\ \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to \infty}} x\sin y \qquad \text{e.)}\ \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{xy^2}{x^2+y^4} \qquad \text{f.)}\ \lim_{\substack{x\to 1\\ y\to 1}} \frac{xy-1}{y-1}$$

3. Meg lehet-e választani az m paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvények mindenütt folytonosak legyenek:

$$\text{a.)}\ f(x,y)=\begin{cases} \frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2} & \text{ha } x^2+y^2\neq 0 \\ m & \text{ha } x=y=0 \end{cases}$$

$$\text{b.)}\ f(x,y)=\begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+y^2+4}-2}{x^2+y^2} & \text{ha } x^2+y^2\neq 0 \\ m & \text{ha } x=y=0 \end{cases}$$

4. Számoljuk ki a függvények parciális deriváltjait:

$$\text{a.)}\ f(x,y)=\ln(x^2+1)+(3y-2x)^2 \qquad \text{b.)}\ g(x,y)=x\sin y$$

$$\text{c.)}\ h(x,y,z)=\frac{x^2}{e^z}+yz^2+\sqrt[3]{x^2}yz^2$$

5. Számoljuk ki a következő többváltozós függvények gradiensét a megadott P_0 pontban:

$$\text{a.)}\ f(x,y)=(2x-y)^3+(x-y)^2 \quad P_0(2,-1) \qquad \text{b.)}\ g(x,y)=e^xy^2-e^yx^2 \quad P_0(2,1)$$

$$\text{c.)}\ h(x,y,z)=x^2y+y^2z+z^2x \quad P_0(2,1,-1)$$

6. Hol nulla a következő függvények gradiense:

$$\text{a.)}\ f(x,y)=x^2+y^2 \qquad \text{b.)}\ g(x,y)=3x^2+2xy+y^2-4x+2$$

7. Határozzuk meg a következő függvényeknek az iránymenti deriváltját a megadott P_0 pontban az $\mathbf{a}$ vektor irányában:

$$\text{a.)}\ f(x,y)=x^2+y^2 \quad P_0(1,2),\ \mathbf{a}=[1,1]$$

$$\text{b.)}\ g(x,y)=\sin(x+y) \quad P_0=(0,0),\ \mathbf{a}=[4,3]$$

8. Határozzuk meg a következő függvényeknek az iránymenti deriváltját a megadott P_0 pontban az x-tengellyel α szöget bezáró irányában:

$$\text{a.)}\ f(x,y)=x^2-y^2 \quad P_0(1,1),\ \alpha=45^\circ \qquad \text{b.)}\ g(x,y)=xy \quad P_0(1,1),\ \alpha=60^\circ$$