5. A3 Matematika gyakorlat

1. Határozzuk meg a következő görbe deriváltját a megadott paraméterhez tartozó pontban:
$$r(t) = e^t\,\mathbf{i} + (2t-1)^2\,\mathbf{j} + \sqrt{t}\,\mathbf{k}; \qquad t_0 = 4$$

2. Melyik pontban merőleges a következő görbék derriváltja a megadott vektorra:
$$\text{a.) } r(t) = t^3\,\mathbf{i} + t^2\,\mathbf{j} + t\,\mathbf{k}; \quad t \in \mathbb{R}; \quad \mathbf{v} = [1,3,0]$$
$$\text{b.) } r(t) = \ln t\,\mathbf{i} + t\,\mathbf{j} + t^2\,\mathbf{k}; \quad 0 < t; \quad \mathbf{v} = [-1,1,1]$$

3. Határozzuk meg a következő görbék ívhosszát:
$$\text{a.) } r(t) = a\cos t\,\mathbf{i} + b\sin t\,\mathbf{j}; \quad t \in [0,2\pi];$$
$$\text{b.) } r(t) = e^t\cos t\,\mathbf{i} + e^t\sin t\,\mathbf{j} + e^t\,\mathbf{k}; \quad t \in [0,2];$$

4. Határozzuk meg az alábbi görbék kísérő triéderét a t_0 paraméterhez tartozó pontban:
$$\text{a.) } r(t) = \cos t\,\mathbf{i} + \sin t\,\mathbf{j} + ct\,\mathbf{k}; \quad t_0 = 0$$
$$\text{b.) } r(t) = (t^2+13)\,\mathbf{i} + (t-42)\,\mathbf{j} + (t^3-t)\,\mathbf{k}; \quad t_0 = 1$$

5. Határozzuk meg az alábbi görbék érintő, főnormális, binormális egyenesét, valamint a simuló-, normál- és rektifikálósíkját a t_0 paraméterhez tartozó pontban:
$$\text{a.) } r(t) = (t+2)\,\mathbf{i} + (t^3+1)\,\mathbf{j} + (t^2-2)\,\mathbf{k}; \quad t_0 = 1$$
$$\text{b.) } r(t) = (e^t+1)\,\mathbf{i} + e^t\,\mathbf{j} + (e^{2t}-1)\,\mathbf{k}; \quad t_0 = 0$$

6. Határozzuk meg az alábbi görbék görbületét és torzióját a t_0 paraméterhez tartozó pontban:
$$\text{a.) } r(t) = r\cos t\,\mathbf{i} + r\sin t\,\mathbf{j}; \quad t_0 \in \mathbb{R} \qquad \text{b.) } r(t) = r\cos t\,\mathbf{i} + r\sin t\,\mathbf{j} + t\,\mathbf{k}; \quad t_0 \in \mathbb{R}$$
$$\text{c.) } r(t) = t^2\,\mathbf{i} + t\,\mathbf{j} + \frac{1}{t}\,\mathbf{k}; \quad t_0 = 2$$

HF Határozd meg a következő görbe görbületét és torzióját a t_0 paraméterhez tartozó pontban:
$$r(t) = (t^2+1)\cos(t)\,\mathbf{i} + (t^2+1)\sin t\,\mathbf{j} + t\,\mathbf{k}; \quad t_0 = 0$$