

## 5. A2b Matematika gyakorlat

1. Számoljuk ki a következő determinánsok értékét:

$$\text{a.) } \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{b.) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 7 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{c.) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 6 \end{vmatrix} \quad \text{d.) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{e.) } \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} \quad \text{f.) } \begin{vmatrix} b & a & a & a \\ a & b & a & a \\ a & a & b & a \\ a & a & a & b \end{vmatrix} \quad \text{g.) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

2. Számítsuk ki az  $A = (1, 0, -1)$ ,  $B = (2, 2, 1)$ ,  $C = (3, 1, 1)$  és  $D = (4, 6, 1)$  pontok által meghatározott tetraéder térfogatát.
3. Határozzuk meg a következő mátrixhoz tartozó lineáris leképezés képterét és magterét, majd határozzuk meg azok dimenzióját.

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Határozzuk meg a  $T(\mathbf{x}) = \mathbf{a}(\mathbf{b}\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{a} = [1, 0, 1]$ ,  $\mathbf{b} = [1, 1, 1]$  lineáris leképezés képterét és magterét, majd határozzuk meg azok dimenzióját.
5. Adjuk meg a következő  $\phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tenzorok (lineáris leképezések) mátrixát az  $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$  bázisban.
- (a)  $\phi$  az  $x$ -tengelyre való tükrözés,
  - (b)  $\phi$  az  $x = y$  egyenesre való vetítés,
  - (c)  $\phi$  az origóra vett középpontos tükrözés,
  - (d)  $\phi$  az origó középpontú háromszoros nagyítás,
  - (e)  $\phi$  az origó középpontú  $+90^\circ$ -os forgatás.
6. Adjuk meg a következő  $\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tenzorok (lineáris leképezések) mátrixát az  $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$  bázisban.
- (a)  $\phi$  az  $x$ -tengelyre való tükrözés,
  - (b)  $\phi$  az  $x = y$  síkra való tükrözés,
  - (c)  $\phi$  az  $x + y + z = 0$  síkra való tükrözés,
  - (d)  $\phi$  az origóra vett középpontos tükrözés,