5. A2b Matematika gyakorlat

1. Számoljuk ki a következő többváltozós összetett függvények megadott parciális deriváltjait láncszabály segítségével:

$$\text{a.) } f(x,y)=x^2-y^2,\ \ x(r,\varphi)=r\cos\varphi,\ \ y(r,\varphi)=r\sin\varphi;\quad \frac{\partial f}{\partial r},\ \frac{\partial f}{\partial \varphi}$$

$$\text{b.) } f(x,y)=xe^y,\ \ x(t)=\sin t,\ \ y(t)=\frac{1}{\sqrt[3]{t}};\quad \frac{\partial f}{\partial t}$$

2. Írjuk fel a következő többváltozós függvények teljes differenciálját a P_0 pontban:

$$\text{a.) } f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}\quad P_0(3,4)\qquad \text{b.) } g(x,y)=e^xy^2-e^yx^2\quad P_0(2,1)$$

3. Számítsuk ki a következő függvények P_0 ponthoz tartozó teljes differenciáljának a megadott helyen vett értékét:

$$\text{a.) } g(x,y)=x^2+xy+2y^2\quad P_0(1,2),\ \ [\,\mathrm{d}x;\ \mathrm{d}y\,]=[\,0{,}01;\ 0{,}02\,]$$

$$\text{b.) } h(x,y)=x^2e^y\quad P_0(-1,2),\ \ [\,\mathrm{d}x;\ \mathrm{d}y\,]=[\,-0{,}01;\ 0{,}01\,]$$

4. Egy derékszögű háromszög befogóit 1 miliméter pontossággal 6 illetve 8 centiméternek mértük. Becsüljük meg az átfogó abszolút és relatív hibáját.

5. Egy henger magasságát és sugarát 1 miliméter pontossággal $m=5$ illetve $r=10$ centiméternek mértük. Becsüljük meg a térfogat abszolút és relatív hibáját.

6. Írjuk fel a az alábbi függvények P_0 ponthoz tartozó első és második Taylor-polinomját:

$$\text{a.) } f(x,y)=x^2-xy+y^2-3x+4\quad P_0(2,1)$$

$$\text{b.) } g(x,y)=\sin x\sin y\quad P_0=\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$$

7. Vizsgáljuk lokális szélsőértékek szempontjából az alábbi függvényeket:

$$\text{a.) } f(x,y)=x^3-3xy+y^3\qquad \text{b.) } g(x,y)=e^{xy}$$

$$\text{c.) } h(x,y,z)=x^2+y^2+z^2-xy-3x+2z+4$$

$$\text{d.) } f(x,y)=x^4+y^4\qquad \text{e.) } g(x,y)=x^3y^3$$

8. Határozzuk meg az alábbi f függvény abszolút maximumát és minimumát a H tartományon:

$$\text{a.) } f(x,y)=x^2+y^2-2x-2y+6,\quad H=\{\,(x,y)\ :\ x\geq 0,\ y\geq 0,\ y\leq 5-x\,\}$$

9. Határozzuk meg az alábbi függvényeknek a megadott feltételekre vonatkozó feltételes szélsőértékeit:

$$\text{a.) } f(x,y)=x^2+4y^2,\quad x+2y=2$$

$$\text{b.) } g(x,y)=xy,\quad x^2+y^2=3$$

$$\text{c.) } h(x,y,z)=\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma,\quad \alpha+\beta+\gamma=\pi$$

HF Vizsgáld lokális szélsőértékek szempontjából az alábbi függvényt:

$$f(x,y)=x^3-12x+y^2+4$$