

4. A3 Matematika gyakorlat

1. Bizonyítsuk be, hogy a következő függvények (az értelmezési tartományukon) regulárisak és adjuk meg a deriváltjukat.

a.) $f(z) = e^z$ b.) $f(z) = \ln z$ c.) $f(z) = z^n$

d.) $f(z) = \frac{1}{z}$ e.) $f(z) = \frac{e^z}{z}$

2. Számítsuk ki az alábbi komplex függvények integrálját az adott irányított görbék mentén:

a.) $f(z) = z^3$, γ a 0 kezdőpontú, i végpontú szakasz.

b.) $f(z) = \operatorname{Im} z$, γ a 0 kezdőpontú, $1 + i$ végpontú szakasz.

c.) $f(z) = \frac{1}{z}$, γ az 1-et és a -1 -et összekötő félkörök egyike.

d.) $f(z) = z^4 + z$ γ a 0, 2, $1 + i$ csúcspontú háromszög (pozitív irányítással).

e.) $f(z) = e^z$, γ a valós tengely alatti 0 középpontú 1 sugarú félkör (pozitív irányítással).

3. Számítsuk ki az alábbi komplex függvények integrálját az adott zárt görbék mentén:

a.) $f(z) = \frac{2z - 1}{z^2 - z}$, γ az 1 középpontú $\frac{1}{2}$ sugarú kör.

b.) $f(z) = \frac{\cos z}{(z - \frac{\pi}{2})^3}$, γ a $\frac{\pi}{2}$ középpontú 2 sugarú kör.

c.) $f(z) = \frac{1}{z - 1}$, γ az 0 középpontú $\frac{1}{2}$ sugarú kör.

d.) $f(z) = \frac{e^z}{z^4 - z^3}$, γ a $|z - 2| = 4$ egyenletű kör.

e.) $f(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$, γ a 0 középpontú 2 sugarú kör.

f.) $f(z) = \frac{1}{z^3 - z}$, γ az 1 középpontú $\frac{1}{2}$ sugarú kör.

HF Számítsd ki a következő függvény integrálját az adott zárt görbe mentén.

$f(z) = \frac{\operatorname{sh} z}{z^3 + z}$, γ az 1 középpontú 12 sugarú kör (pozitív irányítással).