4. A2b Matematika gyakorlat

1. Számoljuk ki a függvények parciális deriváltjait:

$$\text{a.) } f(x,y) = \ln(x^2+1) + (3y-2x)^2 \qquad \text{b.) } g(x,y) = x\sin y$$

$$\text{c.) } h(x,y,z) = \frac{x^2}{e^z} + yz^2 + \sqrt[3]{x^2}yz^2$$

2. Számoljuk ki a következő többváltozós függvények gradiensét a megadott P_0 pontban:

$$\text{a.) } f(x,y) = (2x-y)^3 + (x-y)^2 \quad P_0(2,-1) \qquad \text{b.) } g(x,y) = e^x y^2 - e^y x^2 \quad P_0(2,1)$$

$$\text{c.) } h(x,y,z) = x^2y + y^2z + z^2x \quad P_0(2,1,-1)$$

3. Hol nulla a következő függvények gradiense:

$$\text{a.) } f(x,y) = x^2 + y^2 \qquad \text{b.) } g(x,y) = 3x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2$$

4. Határozzuk meg a következő függvényeknek az iránymenti deriváltját a megadott P_0 pontban az $\mathbf{a}$ vektor irányában:

$$\text{a.) } f(x,y) = x^2 + y^2 \quad P_0(1,2),\ \mathbf{a} = [1,1]$$

$$\text{b.) } g(x,y) = \sin(x+y) \quad P_0 = (0,0),\ \mathbf{a} = [4,3]$$

5. Határozzuk meg a következő függvényeknek az iránymenti deriváltját a megadott P_0 pontban az x-tengellyel α szöget bezáró irányában:

$$\text{a.) } f(x,y) = x^2 - y^2 \quad P_0(1,1),\ \alpha = 45^\circ \qquad \text{b.) } g(x,y) = xy \quad P_0(1,1),\ \alpha = 60^\circ$$

6. Határozzuk meg a következő függvények érintő síkját a megadott pontban.

$$\text{a.) } f(x,y) = yx^2 + xy^2 \quad P_0(2,1) \qquad \text{b.) } g(x,y) = xe^y \quad P_0(3,0)$$

7. Határozzuk meg a következő függvények másodrendű parciális deriváltjait:

$$\text{a.) } f(x,y) = x^3 + y^3 - x^2y^2 + xy \qquad \text{b.) } g(x,y) = x^y + y^x \qquad \text{b.) } f(x,y,z) = (x+y)^z$$

8. Határozzuk meg a következő f függvény gradiensét az origóban és mutassuk meg, hogy f az origóban nem deriválható:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^3+y^3} & \text{ha } x \neq 0 \text{ és } y \neq 0 \\ 0 & \text{ha } x = y = 0. \end{cases}$$

HF Határozd meg a következő függvényeknek az érítő síkját a megadott pontban:

$$f(x,y) = x^3 + 3xy + x^2 - 3x \quad P_0(1,2)$$