

### 3. A3 Matematika gyakorlat

1. Írjuk fel következő komplex függvényeket  $f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$  alakban.

a.)  $f(z) = z^2$     b.)  $f(z) = |z|$     c.)  $f(z) = \bar{z}$

2. Bizonyítsuk be, hogy

a.)  $e^{iz} = \cos z + i \sin z$     b.)  $\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$     c.)  $\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$

d.)  $\sin z = -i \operatorname{sh} iz$     e.)  $\cos z = \operatorname{ch} iz$

3. Számoljuk ki a következő függvényértékeket:

a.)  $e^{i\pi}$     b.)  $\sin i$     c.)  $\cos i$

4. Bizonyítsuk be, hogy az  $e^z$  függvénynek periódusa a  $2\pi i$ .

5. Határozzuk meg a következő kifejezések összes és a főértékét:

a.)  $\ln(-1)$     b.)  $\ln(1 + i)$     c.)  $i^i$     d.)  $(-1)^{2i}$

6. Hol differenciálható a  $f(z) = \bar{z}$  függvény?

7. Válasszuk meg a  $v(x, y)$  függvényt úgy, hogy az  $f$  függvény differenciálható legyen:

a.)  $f(x+iy) = x+iv(x, y)$     b.)  $f(x+iy) = 2xy+iv(x, y)$     c.)  $f(x+iy) = x^2+y^2+iv(x, y)$

HF Határozd meg a  $v(x, y)$  függvényt úgy, hogy az  $f$  függvény differenciálható legyen:

$$f(x + iy) = e^x \sin y + iv(x, y)$$