

### 3. A2b Matematika gyakorlat

1. Végezzük el a következő mátrix műveleteket:

$$\text{a.) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{b.) } \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{c.) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{d.) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{e.) } [2 \ 1 \ 3] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{f.) } [2 \ 1 \ 3]^T \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}^T$$

$$\text{g.) } \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 7 & -8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{h.) } \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

2. Keressünk olyan  $A$  mátrixot, amelyre  $A^2 = I$ , de  $A \neq \pm I$ .

3. Keressünk olyan  $A$  mátrixot, amelyre  $A^2 = 0$ , de  $A \neq 0$ .

4. Számítsuk ki a következő mátrixok összes pozitív egész kitevős hatványait:

$$\text{a.) } \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{b.) } \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{c.) } \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{d.) } \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Legyen

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \text{ és } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ha lehet, oldjuk meg az  $AX = B$  és a  $BY = A$  mátrixegyenleteket.

6. Bizonyítsuk be, hogy minden permutáció mátrix invertálható, és inverze megegyezik a transzponáltjával.

7. Bizonyítsuk be, hogy a Gauss-elimináció minden lépése előállítható mátrixszorzással.

8. Bizonyítsuk be, hogy minden elemi mátrix invertálható és az inverze is elemi mátrix.

9. Bizonyítsuk be, hogy egy mátrix pontosan akkor invertálható, ha elemi mátrixok szorzata.