

3. A2b Matematika gyakorlat

1. Számoljuk ki a következő vektorok összegét, szorzatát, hosszát és hajlásszögét:

$$\mathbf{b} = [-1, 0, 1, -1, 1], \quad \mathbf{a} = [2, 0, 3, 0, 6]$$

2. Írjuk fel az alábbi skalár-vektorfüggvényekhez tartozó többváltozós függvényeket:

$$\text{a.) } u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}; \mathbf{r} \mapsto |\mathbf{r}| \quad \text{b.) } v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; \mathbf{r} \mapsto [4, 2] \cdot \mathbf{r}$$

$$\text{c.) } w : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}; \mathbf{r} \mapsto |[1, 1, 1] \times \mathbf{r}| \quad \text{d.) } z : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}; \mathbf{r} \mapsto ([1, 1, 1, 1] \cdot \mathbf{r})^2$$

3. Írjuk fel az alábbi többváltozós függvényekhez tartozó skalár-vektorfüggvényeket:

$$\text{a.) } f(x, y) = (x-1)^2 + (y+1)^2 \quad \text{b.) } g(x, y) = xy \quad \text{c.) } h(x, y, z) = x^2 + z^2$$

4. Szemléltessük szintfelületekkel az alábbi többváltozós függvényeket:

$$\text{a.) } f(x, y) = x^2 + y^2 \quad \text{b.) } g(x, y) = x^2 - y^2$$

5. Számoljuk ki az alábbi határértékeket, ha léteznek:

$$\text{a.) } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x-y}{x+y} \quad \text{b.) } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} \quad \text{c.) } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

$$\text{d.) } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow \infty}} x \sin y \quad \text{e.) } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy^2}{x^2 + y^4} \quad \text{f.) } \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 1}} \frac{xy-1}{y-1}$$

6. Meg lehet-e választani az m paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvények mindenütt folytonosak legyenek:

$$\text{a.) } f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2} & \text{ha } x^2 + y^2 \neq 0 \\ m & \text{ha } x = y = 0 \end{cases}$$

$$\text{b.) } f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+y^2+4}-2}{x^2+y^2} & \text{ha } \neq 0 \\ m & \text{ha } x = y = 0 \end{cases}$$

- HF Számold ki az alábbi határértéket, ha létezik:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x+y}{x^2+y^2}$$