10. A3 Matematika gyakorlat

1. A Gauss-Osztrogradszkij tétel segítségével számítsuk ki a következő vektormezőknek felületi integrálját a megadott felületdarabok mentén:

   a.) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$; $\mathcal{F}$ az $x^2 + y^2 = 9$ henger, valamint a $z = -1$ és a $z = 2$ síkok által határolt felület kifele mutató felületi normálvektorokkal.

   b.) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = x^3\,\mathbf{i} + y^3\,\mathbf{j} + z^3\,\mathbf{k}$; $\mathcal{F}$ az $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ egyenletű gömbfelület befele mutató felületi normálvektorokkal.

2. Oldjuk meg a következő szétválasztható változójú differenciál egyenleteket:

   a.) $3y'y^2 = \sin x, \quad y(0) = 1$ b.) $(x+4)y' = 3y, \quad y(0) = 2$

   c.) $(2y + xy)y' = y^2 - 1$

3. Oldjuk meg a következő elsőrendű lineáris differenciál egyenleteket:

   a.) $y' - y = e^x, \quad y(0) = 1$ b.) $y' = x^2 y - 2x^2, \quad y(0) = 2$

   c.) $xy' - y = x^2 + x$ d.) $y' - \dfrac{x}{x^2-1} y = \dfrac{x}{x^2-1}$

4. Oldjuk meg a következő hiányos másodrendű differenciál egyenleteket:

   a.) $y'' - xy' = e^x$ b.) $2yy'' = y'^2$

5. Oldjuk meg a következő egzakt (illetve egzaktra visszavezethető) differenciál egyenleteket:

   a.) $(2xy - x^2) + (x^2 - y^2)y' = 0$ b.) $(4x + y) + (x - 2y)y' = 0$

   c.) $(xy - y^2) + (1 - xy)y' = 0$ d.) $xe^y + (x^2 e^y + 2ye^{-y})y' = 0$

HF Oldd meg a következő differenciál egyenletet:

$$1 + (x + y + 1)y' = 0$$