Remembering Kató Rényi

Miklós Simonovits

October 24, 2024

Kató, born 100 years ago

Lake Louise, my professors

Turán Pál, on Kató

I knew Catherine Rényi for 25 but one year. The usual way is that the students write obituaries of their former teachers, remembering their mathematical activities. It is more unusual and tragical, therefore, that, remembering Catherine Rényi, my friend for a quater of centuries, my former Ph.D. student. The mathematical loss is even more serious, since when leaving us, she was on the top of her creative ability.

Turán Pál, on Kató

I knew Catherine Rényi for 25 but one year. The usual way is that the students write obituaries of their former teachers, remembering their mathematical activities. It is more unusual and tragical, therefore, that, remembering Catherine Rényi, my friend for a quater of centuries, my former Ph.D. student. The mathematical loss is even more serious, since when leaving us, she was on the top of her creative ability. This is shown by the Introduction of her last paper ("On the Prüfer code for k-trees", a joint paper with Alfréd Rényi, who had to present and publish it alone, at the Combinatorial Colloquium at Balatonfüred, 1969). This introduction contains the following lines:

Turán Pál, on Kató

I knew Catherine Rényi for 25 but one year. The usual way is that the students write obituaries of their former teachers, remembering their mathematical activities. It is more unusual and tragical, therefore, that, remembering Catherine Rényi, my friend for a quater of centuries, my former Ph.D. student. The mathematical loss is even more serious, since when leaving us, she was on the top of her creative ability. This is shown by the Introduction of her last paper ("On the Prüfer code for k-trees", a joint paper with Alfréd Rényi, who had to present and publish it alone, at the Combinatorial Colloquium at Balatonfüred, 1969). This introduction contains the following lines:

> *The results of Section 2 – on which everything in this paper is based – are due almost exclusively to Kató Rényi.*

Her multifaced interest is obviously reflected by the list of her papers; this was, however, the first strictly combinatorial paper, a promising new development was stopped by fate's cruelty.

Turán Pál, Katóról

Rényi Katót egy év híján 25 éve ismertem. A dolgok természetes rendje az, hogy a tanítványok, volt aspiránsok búcsúztatják volt vezetőjüket, emlékezve és emlékeztetve annak matematikai munkásságára.

Turán Pál, Katóról

Rényi Katót egy év híján 25 éve ismertem. A dolgok természetes rendje az, hogy a tanítványok, volt aspiránsok búcsúztatják volt vezetőjüket, emlékezve és emlékeztetve annak matematikai munkásságára. Annál rendhagyóbb, tragíkusabb az, hogy Rényi Katót, huszonötéves barátomat, volt aspiránsomat most én parentálom el, áttekintve matematikusi munkáját. A matematikai veszteség érzetét tetézi az, hogy alkotóereje teljében távozott kőrünkből.

Turán Pál, Katóról

Rényi Katót egy év híján 25 éve ismertem. A dolgok természetes rendje az, hogy a tanítványok, volt aspiránsok búcsúztatják volt vezetőjüket, emlékezve és emlékeztetve annak matematikai munkásságára. Annál rendhagyóbb, tragíkusabb az, hogy Rényi Katót, huszonötéves barátomat, volt aspiránsomat most én parentálom el, áttekintve matematikusi munkáját. A matematikai veszteség érzetét tetézi az, hogy alkotóereje teljében távozott kőrünkből. Hogy ez mennyire így van, mutatja sajtó alatt álló utolsó, Rényi Alfréddal közösen írott dolgozatának bevezetése ("On Prüfer code for *k*-trees"; a dolgozatot Rényí Alfréd már egyedül rendezte sajtó alá és előadta az ez év augusztusában Balatonfüreden rendezett kombinatorikai kollokviumon).

Ennek bevezetésében állanak a következő sorok: " ... The results of Section 2 - on which everything else in this paper ís based - are due almost exc1usively to Catherine Rényi ... " Sokoldalú érdeklődése dolgozatai jegyzékéből is kitűnik; ezek közül azonban a fentemlitett dolgozat az első, amely szorosabb értelemben vett kombinatorikával foglalkozik. A sors kegyetlensége nyilván egy újabb fejlődés több mint lehetőségét vágta el.
Szelleme meg fogja bocsátani nekem, hogy azzal kezdem, hogy 1924. október 29-én született Budapesten.' Egyetemi tanulmányait 1941-ben kezdte meg a budapesti egyetemen; 1945-ben a szegedi, majd 1946j47-ben a leningrádi egyetemen folytatta és a budapesti egyetemen fejezte be utána. 1945-ben díjtalan gyakornokká nevezték ki a budapesti egyetemen; ilyen minőségben igen aktív részt vett a Matematikai Intézet könyvtárának megmentésében. 1949-ben szerzett abszolutoriumot. 1946-ban ment férjhez Rényi Alfrédhoz; házasságukból egy lányuk született.

1950-ben tanársegéd lett tanszékemen, majd 1951-1954-ig aspiráns komplex függvénytani tárgykörből. Aspiranturája befejeztével Fejér tanszékére került át, mint tanársegéd. Kandidátusi disszertációját 1957-ben védte meg. 1958-ban adjunktusnak, 1963-ban docensnek nevezték ki az Analizis I. tanszéken.

1950-ben tanársegéd lett tanszékemen, majd 1951-1954-ig aspiráns komplex függvénytani tárgykörből. Aspiranturája befejeztével Fejér tanszékére került át, mint tanársegéd. Kandidátusi disszertációját 1957-ben védte meg. 1958-ban adjunktusnak, 1963-ban docensnek nevezték ki az Analizis I. tanszéken.
Rényi Kató munkáinak túlnyomó része a komplex függvénytan körébe tartozik. Ezek megvilágitására tekintsük először az f E bizonyítását azonban túl hosszúnak találván, előadása végén felvetette egy rővidebb bizonyítás szükségességét. Egy ilyent J. H. van Lint talált később és publikálta. Ismét másirányú előadást tartott Prágában 1950-ben; itt Rényi Alfréddal és Surányi Jánossal végzett azon vizsgálatairól számolt be, melyek halmazok Marczewski-féle függetlenségére vonatkoznak. Ezen eredményei a [2] dolgozatban vannak részletesen kidolgozva.

Turán Pál, Katóról IV.

Kitűnő előadó volt; egyetemi előadásai, melyek főleg a komplex függvénytan különféle fejezeteire vonatkoztak, közkedve!tek voltak gondos kidolgozásuk, világos formájuk miatt, színezve azt az előadó szeretetreméltó egyéniségével. Élénken résztvett matematikai kőzéletünkben; jelentős részt vállalt pl. az Első Magyar Matematikai Kongresszus szervezésében. Élénk részt vett az egyetem életében is, annak viharjában és csendjében. Nem válogatott a feladatokban; reformmunkálatot, hallgatók ügyeinek támogatását, évfolyamfelelősi megbizatást egyként lelkesen vállalt, hozzáértéssel és tapintattal végzett. Korai e!távozásával matematikai életünk szelleme teljénél levő kutatót, szuggesztív tanárt, teljes embert vesztetettünk el.

Department I of Analizis

Department I of Analizis

Why did we have two department of Analysis?

Fejér, Riesz

Department I of Analizis

Why did we have two department of Analysis?

Fejér, Riesz

Department I of Analizis

Why did we have two department of Analysis?

Fejér, Riesz

Who worked there?

I started working there in 1966/1967.

Department I of Analizis

Why did we have two department of Analysis?

Fejér, Riesz

Who worked there?

I started working there in 1966/1967.

- Ákos Császár, Rózsa Péter

Department I of Analizis

Why did we have two department of Analysis?

Fejér, Riesz

Who worked there?

I started working there in 1966/1967.

- Ákos Császár, Rózsa Péter
- Kató Rényi, Vera T. Sós, Hajnal András

Department I of Analizis

Why did we have two department of Analysis?

Fejér, Riesz

Who worked there?

I started working there in 1966/1967.

- Ákos Császár, Rózsa Péter
- Kató Rényi, Vera T. Sós, Hajnal András
- György Petruska

Department I of Analizis

Why did we have two department of Analysis?

Fejér, Riesz

Who worked there?

I started working there in 1966/1967.

- Ákos Császár, Rózsa Péter
- Kató Rényi, Vera T. Sós, Hajnal András
- György Petruska
- István Juhász,

Department I of Analizis

Why did we have two department of Analysis?

Fejér, Riesz

Who worked there?

I started working there in 1966/1967.

- Ákos Császár, Rózsa Péter
- Kató Rényi, Vera T. Sós, Hajnal András
- György Petruska
- István Juhász,
- Miklós Somonovits

Department I of Analizis

Why did we have two department of Analysis?

Fejér, Riesz

Who worked there?

I started working there in 1966/1967.

- Ákos Császár, Rózsa Péter
- Kató Rényi, Vera T. Sós, Hajnal András
- György Petruska
- István Juhász,
- Miklós Somonovits
- Lajos Pósa, Miklós Laczkovich Zsolt Baranyai

Department I of Analizis

Why did we have two department of Analysis?

Fejér, Riesz

Who worked there?

I started working there in 1966/1967.

- Ákos Császár, Rózsa Péter
- Kató Rényi, Vera T. Sós, Hajnal András
- György Petruska
- István Juhász,
- Miklós Somonovits
- Lajos Pósa, Miklós Laczkovich Zsolt Baranyai
- György Elekes . . .

Department I of Analizis

Why did we have two department of Analysis?

Fejér, Riesz

Who worked there?

I started working there in 1966/1967.

- Ákos Császár, Rózsa Péter
- Kató Rényi, Vera T. Sós, Hajnal András
- György Petruska
- István Juhász,
- Miklós Somonovits
- Lajos Pósa, Miklós Laczkovich Zsolt Baranyai
- György Elekes . . .
- László Lempert, * Gábor Halász . . .

Department I of Analizis

Why did we have two department of Analysis?

Fejér, Riesz

Who worked there?

I started working there in 1966/1967.

- Ákos Császár, Rózsa Péter
- Kató Rényi, Vera T. Sós, Hajnal András
- György Petruska
- István Juhász,
- Miklós Somonovits
- Lajos Pósa, Miklós Laczkovich Zsolt Baranyai
- György Elekes . . .
- László Lempert, * Gábor Halász . . .

and many others

The papers of Kató+Buba, Classification

1. Functions of a complex variable (7)
2. Combinatorics
3. Number Theory
4. Potential theory
5. Several complex variables and analytic spaces
6. Sequences, series, summability
7. Fourier analysis
8. Convex and discrete geometry

The papers of Kató+Buba

The papers of Kató+Buba

- Rényi, A.; Rényi, C.; Surányi, J.: Sur l'indépendance des domaines simples dans l'espace Euclidien à n dimensions. (French) Colloq. Math. 2 (1951), 130–135.

The papers of Kató+Buba

- Rényi, A.; Rényi, C.; Surányi, J.: Sur l'indépendance des domaines simples dans l'espace Euclidien à *n* dimensions. (French) Colloq. Math. 2 (1951), 130–135.
- Rényi, A.; Rényi, K.: Über die Schlichtheit des komplexen Potentials. I. (Hungarian) Magyar Tud. Akad. Alkalm. Mat. Int. Közl. 3 (1954), 353–367 (1955).

The papers of Kató+Buba

- Rényi, A.; Rényi, C.; Surányi, J.: Sur l'indépendance des domaines simples dans l'espace Euclidien à n dimensions. (French) Colloq. Math. 2 (1951), 130–135.
- Rényi, A.; Rényi, K.: Über die Schlichtheit des komplexen Potentials. I. (Hungarian) Magyar Tud. Akad. Alkalm. Mat. Int. Közl. 3 (1954), 353–367 (1955).
- Rényi, Alfréd; Rényi, Catherine: On "small" coefficients of the power series of entire functions. Ann. Univ. Sci. Budapest. Eötvös Sect. Math. 6 (1963), 27–38.

The papers of Kató+Buba

- Rényi, A.; Rényi, C.; Surányi, J.: Sur l'indépendance des domaines simples dans l'espace Euclidien à n dimensions. (French) Colloq. Math. 2 (1951), 130–135.
- Rényi, A.; Rényi, K.: Über die Schlichtheit des komplexen Potentials. I. (Hungarian) Magyar Tud. Akad. Alkalm. Mat. Int. Közl. 3 (1954), 353–367 (1955).
- Rényi, Alfréd; Rényi, Catherine: On "small" coefficients of the power series of entire functions. Ann. Univ. Sci. Budapest. Eötvös Sect. Math. 6 (1963), 27–38.
- Rényi, Alfréd; Rényi, Catherine: Some remarks on periodic entire functions. J. Analyse Math. 14 (1965), 303–310.

The papers of Kató+Buba

- Rényi, A.; Rényi, C.; Surányi, J.: Sur l'indépendance des domaines simples dans l'espace Euclidien à *n* dimensions. (French) Colloq. Math. 2 (1951), 130–135.
- Rényi, A.; Rényi, K.: Über die Schlichtheit des komplexen Potentials. I. (Hungarian) Magyar Tud. Akad. Alkalm. Mat. Int. Közl. 3 (1954), 353–367 (1955).
- Rényi, Alfréd; Rényi, Catherine: On "small" coefficients of the power series of entire functions. Ann. Univ. Sci. Budapest. Eötvös Sect. Math. 6 (1963), 27–38.
- Rényi, Alfréd; Rényi, Catherine: Some remarks on periodic entire functions. J. Analyse Math. 14 (1965), 303–310.
- Rényi, C.; Rényi, A.: The Prüfer code for *k*-trees. Combinatorial theory and its applications, I-III (Proc. Colloq., Balatonfüred, 1969), pp. 945–971, Colloq. Math. Soc. János Bolyai, 4, North-Holland, Amsterdam-London, 1970.

Rényi, A.: On the number of endpoints of a k-tree. Studia Sci. Math. Hungar. 5 (1970), 5–10.

The other papers of Kató

Paul Turán: Rényi, Kató Scientific works. (Hungarian) Mat. Lapok 20 (1969), 1–2.

The other papers of Kató

PAUL TURÁN: Rényi, Kató Scientific works. (Hungarian) Mat. Lapok 20 (1969), 1–2.

- Rényi, Kató: The distribution of numbers not divisible by a kth power of an integer greater than one in the set of values of a polynomial having rational roots. (Hungarian) Comptes Rendus du Premier Congrès des Mathématiciens Hongrois, 27 Août–2 Septembre 1950, pp. 493–506, Akad. Kiadó, Budapest, 1952.

The other papers of Kató

PAUL TURÁN: Rényi, Kató Scientific works. (Hungarian) Mat. Lapok 20 (1969), 1–2.

- Rényi, Kató: The distribution of numbers not divisible by a kth power of an integer greater than one in the set of values of a polynomial having rational roots. (Hungarian) Comptes Rendus du Premier Congrès des Mathématiciens Hongrois, 27 Août–2 Septembre 1950, pp. 493–506, Akad. Kiadó, Budapest, 1952.
- Rényi, Catherine: On a conjecture of G. Pólya. Acta Math. Acad. Sci. Hungar. 7 (1956), 145–150.

The other papers of Kató

Paul Turán: Rényi, Kató Scientific works. (Hungarian) Mat. Lapok 20 (1969), 1–2.

- Rényi, Kató: The distribution of numbers not divisible by a kth power of an integer greater than one in the set of values of a polynomial having rational roots. (Hungarian) Comptes Rendus du Premier Congrès des Mathématiciens Hongrois, 27 Août–2 Septembre 1950, pp. 493–506, Akad. Kiadó, Budapest, 1952.
- Rényi, Catherine: On a conjecture of G. Pólya. Acta Math. Acad. Sci. Hungar. 7 (1956), 145–150.
- Rényi, Catherine: On periodic entire functions. Acta Math. Acad. Sci. Hungar. 8 (1957), 227–233.

The other papers of Kató

PAUL TURÁN: Rényi, Kató Scientific works. (Hungarian) Mat. Lapok 20 (1969), 1–2.

- Rényi, Kató: The distribution of numbers not divisible by a kth power of an integer greater than one in the set of values of a polynomial having rational roots. (Hungarian) Comptes Rendus du Premier Congrès des Mathématiciens Hongrois, 27 Août–2 Septembre 1950, pp. 493–506, Akad. Kiadó, Budapest, 1952.
- Rényi, Catherine: On a conjecture of G. Pólya. Acta Math. Acad. Sci. Hungar. 7 (1956), 145–150.
- Rényi, Catherine: On periodic entire functions. Acta Math. Acad. Sci. Hungar. 8 (1957), 227–233.
- Rényi, Kató: On an infinite system of linear equations. (Hungarian) Mat. Lapok 8 (1957), 61–67.

continuation

continuation

- Rényi, Catherine: Über einige Fragen, die mit Lückensätzen verknüpft sind. (German) Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I 250(30) (1958), 7 pp.

continuation

- Rényi, Catherine: Über einige Fragen, die mit Lückensätzen verknüpft sind. (German) Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I 250(30) (1958), 7 pp.
- Rényi, Catherine: On periodic entire functions. II. Ann. Univ. Sci. Budapest. Eötvös Sect. Math. 1 (1958), 123–126.

- Rényi, Catherine: Über einige Fragen, die mit Lückensätzen verknüpft sind. (German) Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I 250(30) (1958), 7 pp.
- Rényi, Catherine: On periodic entire functions. II. Ann. Univ. Sci. Budapest. Eötvös Sect. Math. 1 (1958), 123–126.
- Rényi, Kató: Some remarks on trigonometrical polynomials. (Hungarian) Mat. Lapok 10 (1959), 249–254.

continuation

- Rényi, Catherine: Über einige Fragen, die mit Lückensätzen verknüpft sind. (German) Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I 250(30) (1958), 7 pp.
- Rényi, Catherine: On periodic entire functions. II. Ann. Univ. Sci. Budapest. Eötvös Sect. Math. 1 (1958), 123–126.
- Rényi, Kató: Some remarks on trigonometrical polynomials. (Hungarian) Mat. Lapok 10 (1959), 249–254.
- Rényi, C.: On some questions concerning lacunary power series of two variables. Colloq. Math. 11 (1963/64), 165–171.

- Rényi, Catherine: Über einige Fragen, die mit Lückensätzen verknüpft sind. (German) Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I 250(30) (1958), 7 pp.
- Rényi, Catherine: On periodic entire functions. II. Ann. Univ. Sci. Budapest. Eötvös Sect. Math. 1 (1958), 123–126.
- Rényi, Kató: Some remarks on trigonometrical polynomials. (Hungarian) Mat. Lapok 10 (1959), 249–254.
- Rényi, C.: On some questions concerning lacunary power series of two variables. Colloq. Math. 11 (1963/64), 165–171.
- Rényi, Kató: On asymptotic values of entire functions. (Hungarian) Mat. Lapok 20 (1969), 227–234.

Lake Louise, the “ladies”

3 grácia (!!!)

Arthur Cayley (1889): "A theorem on trees". Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics. 23: 376–378.

Borchardt, C. W. (1860): "Über eine Interpolationsformel für eine Art symmetrischer Functionen und über deren Anwendung". Mathematische Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin: 1–20.

Cayley referred to Borchardt

Several proofs of Cayley formula, see e.g. Aigner-Ziegler

Arthur Cayley (1889): "A theorem on trees". Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics. 23: 376–378.

Borchardt, C. W. (1860): "Über eine Interpolationsformel für eine Art symmetrischer Functionen und über deren Anwendung". Mathematische Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin: 1–20.

Cayley referred to Borchardt

Several proofs of Cayley formula, see e.g. Aigner-Ziegler

Theorem: [Cayley 1889]

The number of n-vertex labelled trees is n^{n-2}.

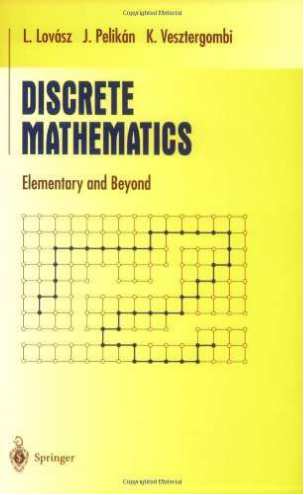
Proofs?

Proof. (a) Use the Prüfer code.

(b) Linear Algebra

(c) Double counting

Prüfer discussed in details e.g. in Lovász-Pelikán-Vesztergombi, 155-160 in the Hugarian edition, then comes the problem of counting the unlabelled trees



Fleiner variant

Another coding

What is a k-tree?

Defined RECURSIVELY in [RR]:
On $k+1$ vertices it is the complete graph.

What is a k-tree?

Defined RECURSIVELY in [RR]:
On $k+1$ vertices it is the complete graph.

On $n+1$ vertices:

Take a k-tree on n vertices, and a COMPLETE k-subgraph in it. Take a new vertex y in it, and join to all the vertices of this clique.

What is a k-tree?

Defined RECURSIVELY in [RR]:
On $k+1$ vertices it is the complete graph.

On $n+1$ vertices:

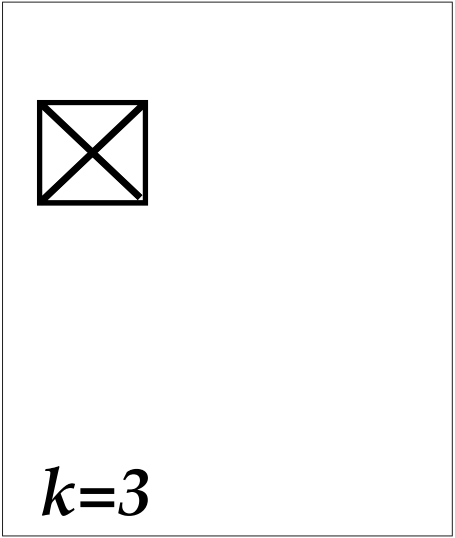
Take a k-tree on n vertices, and a COMPLETE k-subgraph in it. Take a new vertex y in it, and join to all the vertices of this clique.

Definition

[k-trees, $k = 3$, $n = 7$]

Definition

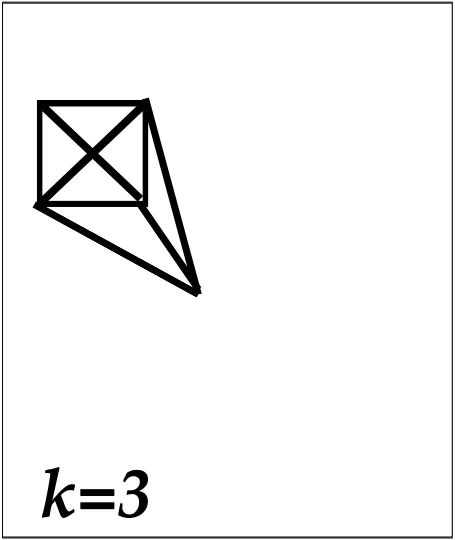
[k-trees, $k = 3$, $n = 7$]



2

Definition

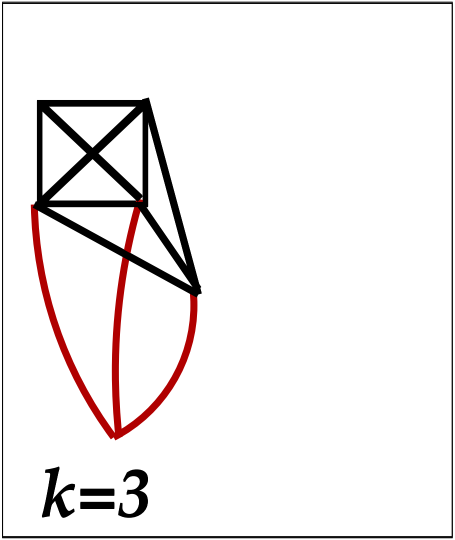
[k-trees, $k = 3$, $n = 7$]



2 2a

Definition

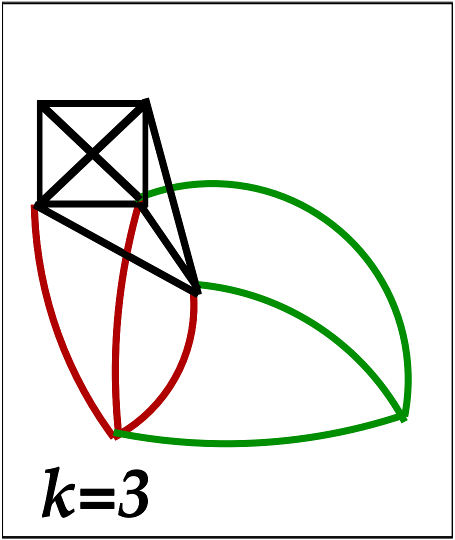
[k-trees, $k = 3$, $n = 7$]



2 2a 2b

Definition

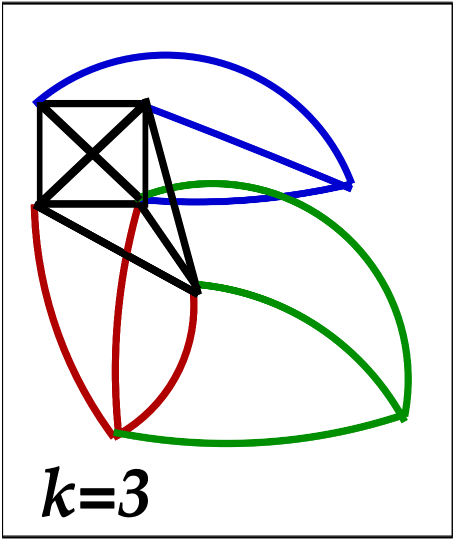
[k-trees, $k = 3$, $n = 7$]



2 2a 2b 2c

Definition

[k-trees, $k = 3$, $n = 7$]



2 2a 2b 2c 2d

Rooted at a k-tuple

A k-tree of order n is called ROOTED AT THE ROOT $(\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_k)$ where $(\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_k)$ is an unordered k-tuple of different integers chosen from the integers $1, 2, \ldots, n$, if the complete k-graph consisting of the points $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_k$ is contained in the k-tree in question.

Results of C. Rényi and A. Rényi

Results of C. Rényi and A. Rényi

Theorem 3:

The total number $R_k(n)$ of labelled k-trees of order n rooted at a given k-tuple is given by the formula

$$R_k(n) = [k(n-k)+1]^{n-k-1}, \tag{1}$$

while the total number $T_k(n)$ of labelled unrooted k-trees of order n is given by

$$T_k(n) = \binom{n}{k}[k(n-k)+1]^{n-k-2}, \tag{2}$$

Results of C. Rényi and A. Rényi

THEOREM 3:

The total number $R_k(n)$ of labelled k-trees of order n rooted at a given k-tuple is given by the formula

$$R_k(n) = [k(n-k)+1]^{n-k-1}, \tag{1}$$

while the total number $T_k(n)$ of labelled unrooted k-trees of order n is given by

$$T_k(n) = \binom{n}{k}[k(n-k)+1]^{n-k-2}, \tag{2}$$

Thm 4

Thm 4

DEFINITION: degree of a complete k-graph $G \subset T$

formed by k of the points $1, 2, \ldots, n$ in a k-tree T, is defined as the number of those complete $(k+1)$-graphs contained in T which contain G.

Thm 4

Definition: degree of a complete k-graph $G \subset T$

formed by k of the points $1, 2, \ldots, n$ in a k-tree T, is defined as the number of those complete $(k+1)$-graphs contained in T which contain G.

Thm 4

Definition: degree of a complete k-graph $G \subset T$

formed by k of the points $1, 2, \ldots, n$ in a k-tree T, is defined as the number of those complete $(k+1)$-graphs contained in T which contain G.

Theorem 4:

Denoting by $R_{k,d}(n)$ ($k \geq 1$, $n \geq k+1$, $d \geq 1$) the number of labelled k-trees of order n in which a selected k-tuple has the degree d, we have

$$R_{k,d}(n) = \binom{n-k-1}{d-1} [k(n-k)]^{n-k-d} . \qquad (3)$$

Thm 4

Definition: degree of a complete k-graph $G \subset T$

formed by k of the points $1, 2, \ldots, n$ in a k-tree T, is defined as the number of those complete $(k+1)$-graphs contained in T which contain G.

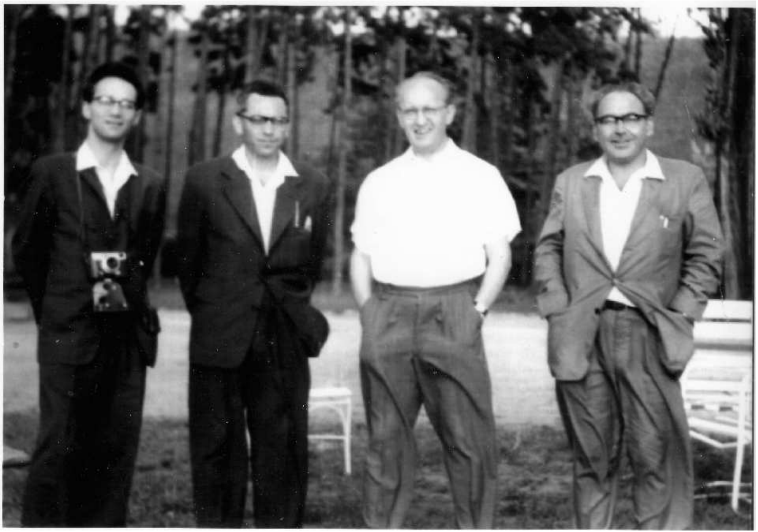
Theorem 4:

Denoting by $R_{k,d}(n)$ ($k \geq 1$, $n \geq k+1$, $d \geq 1$) the number of labelled k-trees of order n in which a selected k-tuple has the degree d, we have

$$R_{k,d}(n) = \binom{n-k-1}{d-1} [k(n-k)]^{n-k-d} . \qquad (3)$$

Kató

Vera and Kató, First Hungarian Math Congress



Goodbye