

Axiómák

Ax1(Test Axióma, AxField)

$\langle \mathbb{Q}, +, *, \leq \rangle$ rendezett test, melyben $(\forall x \geq 0)(\exists y)x = y*y$.

$ut_m(b) = \{p \in \mathbb{Q}^n : W(m, b, p)\}$, b életútja az m világképében.

Ax2(Ego Axióma, AxSelf)

$(\forall m \in \text{Obs})ut_m(m) = \bar{t} = \text{időtengely}$, azaz

$(\forall m \in \text{Obs})(\forall p \in \mathbb{Q}^n)[W(m, m, p) \leftrightarrow p_1 = \dots = p_{n-1} = 0]$.

$\ell \subseteq \mathbb{Q}^n$ egyenes ha $(\exists p, q \in \mathbb{Q}^n, q \neq 0)\ell = \{p + \lambda*q : \lambda \in \mathbb{Q}\}$.

(Itt $0, +, *$ a \mathbb{Q}^n vektortér műveletei.) Jelölje $|x|$ az $x \in \mathbb{Q}$ abszolút értékét.

$\text{slope}(\ell) = 1 \Leftrightarrow$

$(\forall p, q \in \ell)[p \neq q \Rightarrow |p_0 - q_0| = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + \dots + (p_{n-1} - q_{n-1})^2}]$.

Ax3(Fény Axióma, AxPh)

Minden megfigyelő világképében a fotonok életútjai pontosan az 1 dőlésszögű (azaz 1 sebességű) egyenesek.

$(\forall m \in \text{Obs})(\forall \ell \subseteq \mathbb{Q}^n)[(\exists ph \in \text{Ph})\ell = ut_m(ph) \Leftrightarrow (\ell \text{ egyenes} \wedge \text{slope}(\ell) = 1)]$.

$es_m(p) = \{b \in \mathbb{B} : W(m, b, p)\}$, esemény, amit m a p "helyen lát".

Ax4(Esemény Axióma, AxEvent)

Az összes megfigyelő ugyanazokat az eseményeket látja (koordinátázza).

$(\forall m, k \in \text{Obs})(\forall p \in \mathbb{Q}^n)(\exists q)es_m(p) = es_k(q)$.

$\text{slope}(\ell) < 1 \Leftrightarrow$

$(\forall p, q \in \ell)[p \neq q \Rightarrow |p_0 - q_0| > \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + \dots + (p_{n-1} - q_{n-1})^2}]$.

Ax5(Gondolatkísérlet Axióma, AxThoughtExperiment)

Minden megfigyelő világképében minden félynél kisebb sebességgel lehet mozogni, bárhol bármilyen irányba.

$(\forall m \in \text{Obs})(\forall \text{egyenes } \ell \subseteq \mathbb{Q}^n)[\text{slope}(\ell) < 1 \Rightarrow (\exists k \in \text{Obs})ut_m(k) = \ell]$.

$$\text{ttav}(p, q) = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + \dots + (p_{n-1} - q_{n-1})^2}, \quad \text{térbeli távolság} .$$

Ax6(Szimultán Távolság Axióma, AxSim)

Ha két megfigyelő mindegyike egyidejűnek koordinátázza az e és e' eseményeket, akkor egyetértenek e és e' távolságán.

$$(\forall m, k \in \text{Obs})(\forall p, q, p', q' \in \mathbb{Q}^n)[(\text{es}_m(p) = \text{es}_k(p') \wedge \text{es}_m(q) = \text{es}_k(q') \wedge p_0 = q_0 \wedge p'_0 = q'_0) \Rightarrow \text{ttav}(p, q) = \text{ttav}(p', q')].$$

$$\text{Specrel} = \{\mathbf{Ax1} - \mathbf{Ax6}\} = \{\text{Test Axióma} - \text{Szimultán Távolság Axióma}\}.$$

$$\text{Specrel}_0 = \{\mathbf{Ax1} - \mathbf{Ax5}\} = \{\text{Test Axióma} - \text{Gondolatkísérlet Axióma}\}.$$

$$\text{Intuitív}(\text{Specrel}_0) = (\text{Fény Axióma} + \text{NK}^-),$$

$$\text{Intuitív}(\text{Specrel}) = (\text{Fény Axióma} + \text{NK}^- + \text{Szimmetria Axióma}).$$

1. Tétel $\text{Specrel} + \text{Obs} \neq \emptyset$ ellentmondásmentes, van modellje.

2. Tétel Specrel független axiómarendszer.

3. Tétel Specrel tételeinek halmaza eldönthetetlen.

4. Tétel Specrel rendelkezik a Gödel nemteljességi tulajdonsággal, azaz megfogalmazható egy $\text{Con}(\text{Specrel})$ formula a Specrel elsőrendű nyelvén, ami intuitíve Specrel konzisztenciáját fejezi ki, $\text{Specrel} \not\vdash \text{Con}(\text{Specrel})$, $\text{Specrel} + \text{Con}(\text{Specrel})$ öröklődően eldönthetetlen és öröklődően nemteljes, tehát pl. végtelen sok bővítése van.

5. Tétel Van φ formula, hogy $\text{Specrel} + \varphi$ konzisztens, “természetes”, eldönthető és teljes (minden kérdést igen-nem módon eldönt).

3.T, 4.T, 5.T-ről ld. Andréka-Madarász-Németi: Logical analysis of special relativity theory. <http://www.illc.uva.nl/j50/contribs/andreka-nemeti/index.html>