Állandó gyorsulású megfigyelők

Motiváció: EEP szerint „gravitáció = gyorsulás”, és időben nem változó gravitációt vizsgálunk majd. Szeretnénk h gyorsuló megfigyelőt, hogy azt mondhassuk, hogy „h gyorsulása állandó”.

Ki mérje a gyorsulást? Ha egy inerciális m megfigyelő méri, akkor nem lesz ilyen h, mert h sebessége felmenne fénysebesség fölé. Ha h maga méri a saját világképében, akkor a gyorsulás mindig 0 lesz (Gyorsuló Ego Axióma miatt).

Megoldás: minden pillanatban az együttmozgó inerciális megfigyelő mérje h gyorsulását. Esetünkben ez ekvivalens lesz avval, hogy h méri az elejtett almák gyorsulását.

Definició. Legyen $h \in \mathsf{GyOb}$ és e esemény, amiben h résztvesz, azaz $h \in e$. h belső gyorsulása az e eseményben az a gyorsulás, amit az e eseményben együttmozgó inerciális m megfigyelő mér, azaz

$$\mathrm{a(h)(e)} := a_m(h)(\mathsf{loc}_m(e))$$

ahol $m \in \mathsf{Obs}$ olyan, hogy $\mathsf{együtt}(m, h, e)$.

Megjegyzés. A belső gyorsulás fenti definiciójában együttmozgó m megfigyelő helyett vehetünk tetszőleges érintő m megfigyelőt ($\mathsf{Specrel}$ miatt). Tehát csak h életútja számít ebben a definícióban, világképe nem.

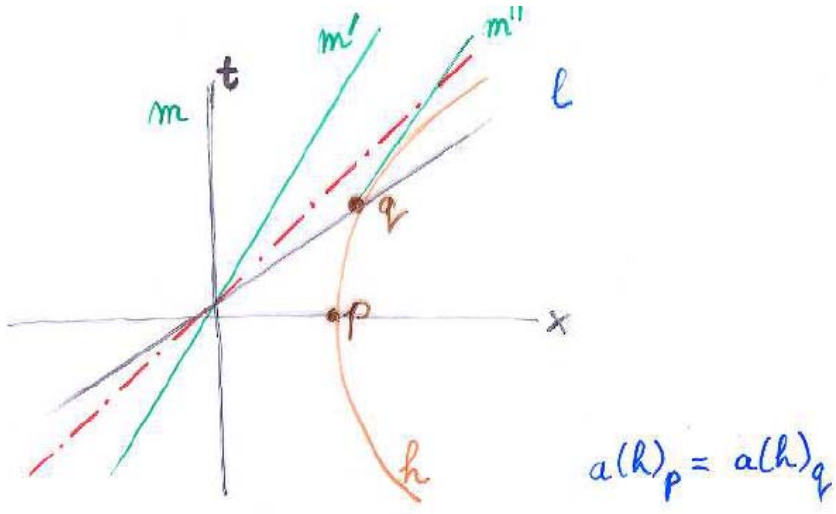
Tétel(állandó belső gyorsulású görbék jellemzése) Legyen $m \in \mathsf{Obs}$ és $\mathsf{ut}_m(h) : R \to R$ állandó, nemnulla belső gyorsulású megfigyelő életútja. Akkor $\mathsf{ut}_m(h)$ egy Minkowski kör időszerű ága, azaz van p, $r > 0$, és $s \in \{1, -1\}$, hogy

$$\mathsf{ut}_m(h) = \{q : M(q,p) = r \text{ és } q_x - p_x = (-1)^s * |q_x - p_x|\}.$$

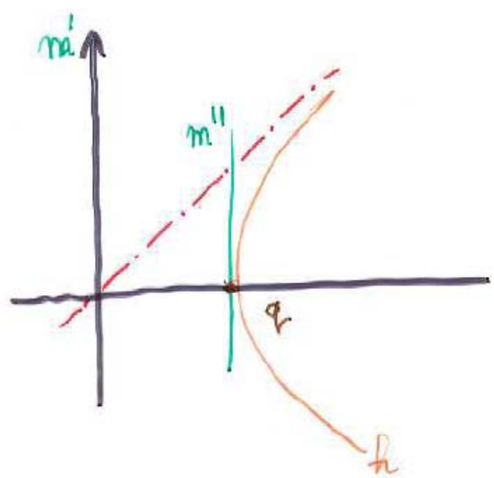
Bizonyítás: A következő Lemma 1 - Lemma 4 -ből.
QED

Lemma 1. Minkowski körök időszerű ágai állandó belső gyorsulású életutak.

Bizonyítás:

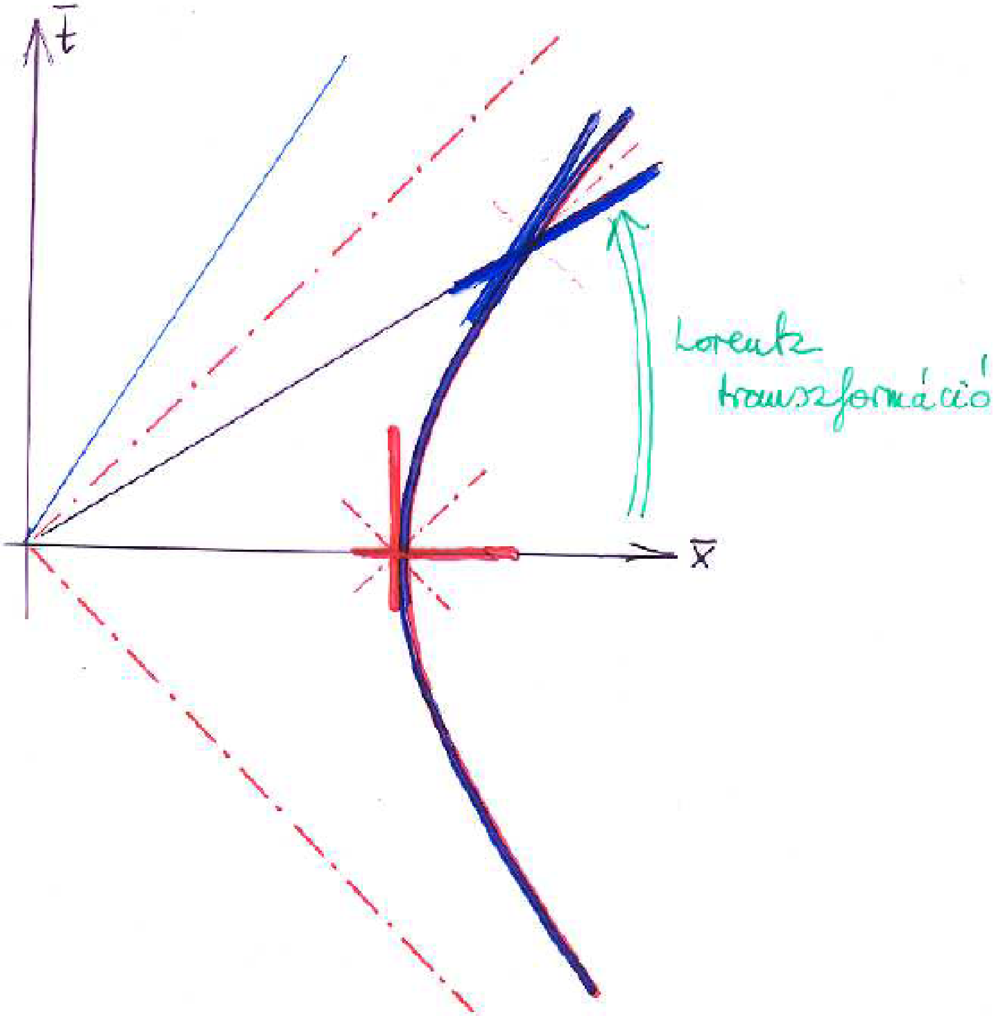


m' lakjon az origót *q*-val összekötő egyenesnek a fényegyenesre vett szimmetrikus képén. Akkor *m'* világképe ilyen:



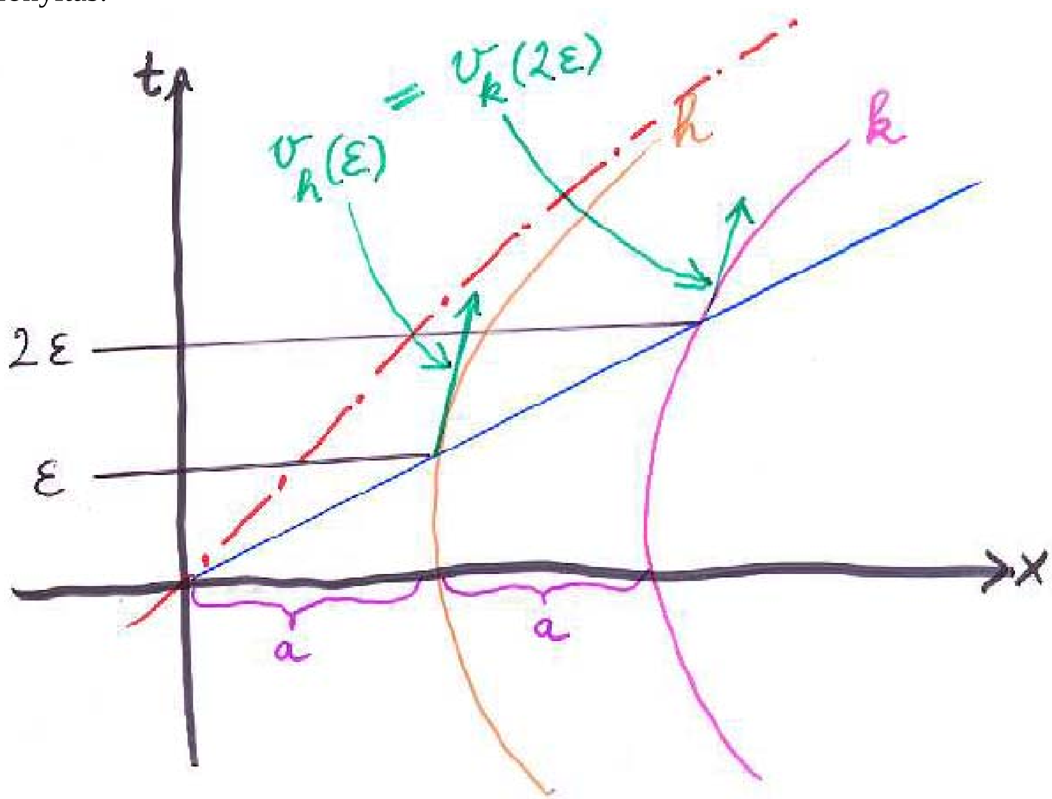
m'' a *q*-ban *h* –t érintő megfigyelő. Ő pontosan ugyannak a görbének látja *h* –t mint *m* (eltolva). Tehát *m''* ugyanakkora gyorsulásúnak méri *h* –t *q* -ban mint *m* a *p* –ben. QED

Láttuk: Minkowski-kör érintője Minkowski-merőleges a sugárra.



Lemma 2. Fele sugarú Minkowski kör gyorsulása kétszeres (*r*-szeres sugarú Minkowski-kör gyorsulása *1/r*-szeres).

Bizonyítás:



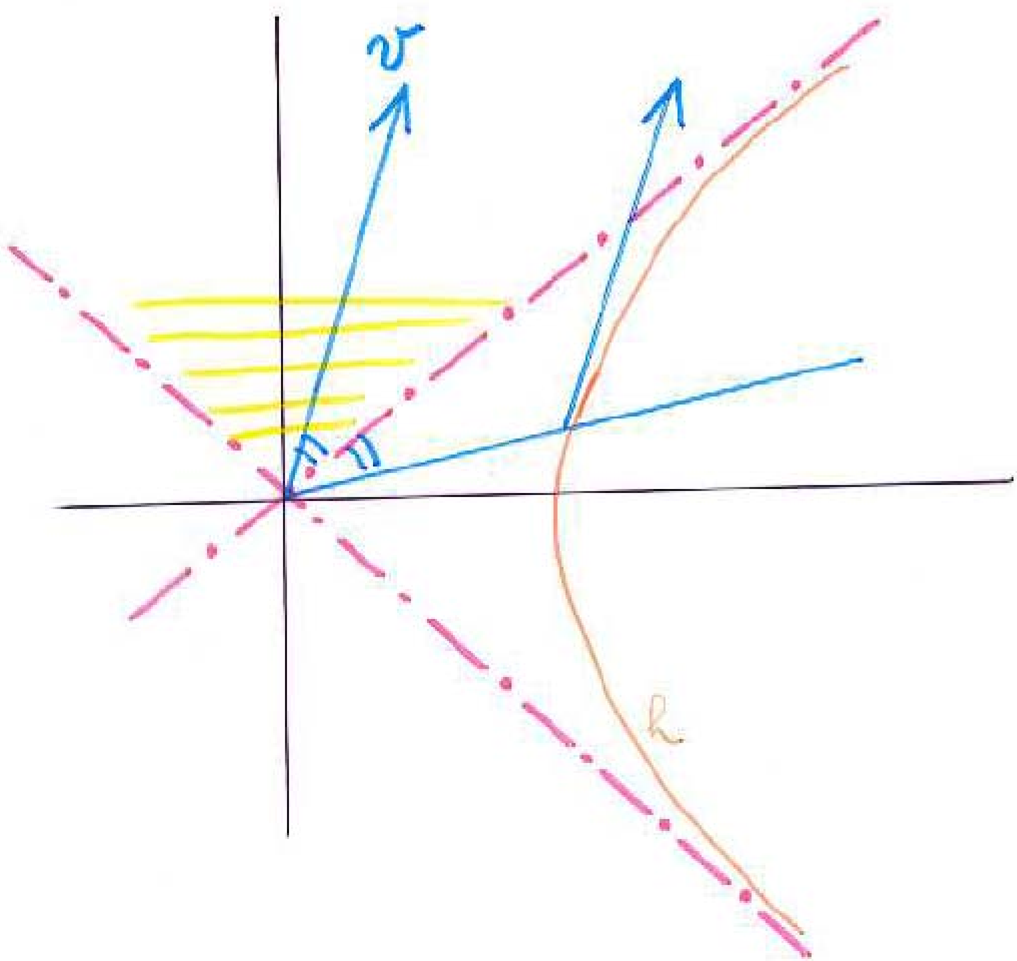
$$a(h)_0 = \lim_{\varepsilon} \frac{v_h(\varepsilon)}{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon} \frac{v_k(2\varepsilon)}{\varepsilon} =$$

$$= 2 \cdot \lim_{\varepsilon} \frac{v_k(2\varepsilon)}{2\varepsilon} = 2 \cdot a(k)_0 .$$

QED

Lemma 3. Minkowski körön az összes *-1* és *1* közötti sebesség előfordul.

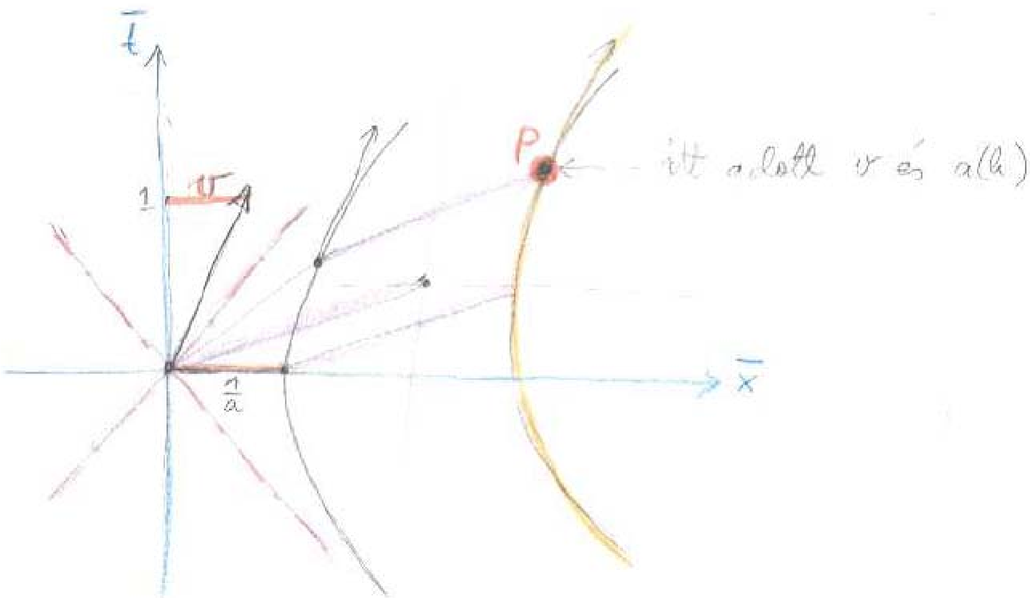
Bizonyítás:



Válasszunk egy *v* sebességet. Ahol a rá Minkowski merőleges sugár metszi *h* –t, ott az érintő sebessége *v*. QED

Következmény: Legyen p, v és pozitív a adott. Van a p ponton áthaladó a gyorsulású Minkowski kör, melynek sebessége a p pontban v.

Bizonyítás:



Vegyünk egy tetszőleges a gyorsulású Minkowski kört, és ezen vegyünk egy pontot, ahol a sebesség v. Ilyen pont van Lemma 2,3 miatt. Toljuk el a Minkowski kört úgy, hogy ez a pont p –be kerüljön. QED

Lemma 4.(Meghatározottság lemma) Egy pontbeli sebesség és az állandó belső gyorsulás mértéke meghatározza a gyorsuló megfigyelő életútját.
Azaz, legyen $m \in \mathsf{Obs}$, $h, k \in \mathsf{GyOb}$. Tegyük fel, hogy
$\mathsf{ut}_m(h), \mathsf{ut}_m(k) : R \to R$,
$\mathsf{ut}_m(h)(t_0) = \mathsf{ut}_m(k)(t_0)$, $v_m(h)(t_0) = v_m(k)(t_0)$ valamely $t_0 \in R$ időpontra és
$a(h)(\mathsf{es}_m(\mathsf{ut}_m(h)(t))) = a(k)(\mathsf{es}_m(\mathsf{ut}_m(k)(t)))$ minden $t \in R$ időpontra.
Akkor $\mathsf{ut}_m(h) = \mathsf{ut}_m(k)$.

Bizonyítás: Házi Feladat.