

## VÉLEMÉNY

Székelly Gergely: First-Order Logic Investigation  
of Relativity Theory  
with an Emphasis on Accelerated Observers

A doktori dolgozat a matematikai logika eszközeivel vizsgálja a relativitáselmélet alapjait. Ilyen irányú kutatások rég óta folynak, és manapság is tekintélyes nemzetközi irodalmuk van, ezért a témaválasztás időszerű és figyelmet érdemlő.

A dolgozat 11 fejezetből áll. A Bevezetésen túl a második fejezetben ismerteti a dolgozatban használt axiómarendszer első rendű logikai nyelvezetét és a relativitáselméletre vonatkozó alapvető fogalmakat. Megemlítem, hogy az utolsó fél oldalt (16. oldal) kivéve, ami egyébként is egy kicsit kilóg innen, a fejezetben mondottak általában bármilyen téridőre vonatkozhatnak. Az axiómarendszer alapvető szimbólumai a testek, a megfigyelők, a tehetlenségi megfigyelők, a fotonok, a mennyiségek és a világkép-relációk; ez utóbbiak lényegében a koordinátázások. Az AxFrame axióma szerint a fotonok is, a megfigyelők is testek, és a világkép-reláció olvasatából (8. oldal) kitűnik, hogy a testek pontszerűek, hiszen bármiféle koordinátájuk egyetlen elem.

Csak ezzel kapcsolatban merül fel lényeges észrevételem – mondhatom kifogásom –, méghozzá kettő, a dolgozat koncepcióját illetően. Nevezetesen,  $W(m, b, p)$  azt jelenti, hogy az  $m$  megfigyelő a  $b$  testet a  $p$  téridő-helyzetben koordinátázza. A megfigyelők is testek, sőt a dolgozatban mindig egy megfigyelő egy másikat koordinátáz. A fenti meghatározásból tehát kitűnik, hogy a testek – így a megfigyelők is – pontszerűeknek vannak elképzelve.

Az első kérdésem: hogyan koordinátáz egyetlen pont egy másikat? Mit jelent az, hogy az  $m$  megfigyelő a  $b$  testnek az 1 időpontot és a  $(2, 1, 3)$  tér helyzetet koordinátázza? Heurisztikusan a szokásos szóhasználattal mondjuk ez az jelentené, hogy a az  $m$  ponttól a  $b$  pont az 1 időpillanatban jobbra 2, előre 1, felfelé 3 távolságra van (valamely mértékegységben mérve). No de egyetlen ponttól merre van a jobbra, előre, felfelé? És hogy tudja megállapítani egyetlen pont egy másiktól való távolságát?

A  $W$  reláció eleve adott. A második kérdésem: mi kényszerít egy testet arra, hogy egyetlen lehetőséget válasszon a koordinátázásra? Megint heurisztikusan: miért nem teheti meg azt is, hogy a hátra, felfelé, balra irányokat válassza? Sőt, mi több, hogy polárkoordinátákat használjon?

A felsorolt kétségeim nem érintik persze a logikai szerkezetet, de az, hogy egy pont önmagában tud koordinátákat rendelni egy másik ponthoz, továbbá ezt csak egyféleképp teheti meg, ezek bizony hallgatólagos megállapodások, ami nem szerencsés, és ellentétben is áll a szerzőnek a téziseiben megfogalmazott elvével.

Továbbá, minthogy a koordinátázásról egyelőre semmi sincs feltéve, semmi sem indokolja, hogy  $time_m$ -et és  $dist_m$ -et (16. oldal) az  $m$  megfigyelő szerint

mért időkülönbségnek, illetve távolságnak nevezzük (ezeknek ugyanis fizikai tartalommal kell rendelkeznie; például, ha a megfigyelő szerinti térkoordináták a távolság, az azimut- és polárszög, ezen három adat euklideszi hosszának semmilyen fizikai tartalma nincs).

A harmadik fejezet a speciális relativitáselmélet egy egyszerű axiómarendszerét és közvetlen következményeit tárgyalja.

Az AxSelf<sub>0</sub> axióma igen enyhe megszorítást jelent a világvég-relációra a fent mondottak szempontjából; ha  $f : Q^d \rightarrow Q^d$  olyan függvény, amelyre  $f(t, 0)_\sigma = 0$  teljesül,  $W(m, b, f(\cdot))$  ugyanolyan jó világvég-reláció.

Az AxPh axióma tulajdonképpen arra hivatott, hogy jellemezze, egyben erősen korlátozza, milyen koordinátázást adhat tehetetlenségi megfigyelő. A koordinátázás magában foglalja a szokásos Einstein-féle szinkronizációt. Régóta tudott azonban (Reichenbach, 1923), hogy az Einstein-szinkronizáció nem lényeges pontja a relativitáselméletnek; ezért kétséges, érdemes-e axióma rangjára emelni. Továbbá ezen axiómában még mindig ott vannak elbújítatva a térirányok, és még az is, hogy a térirányok egymásra merőlegesek. Érdemes rávilágítani a szokásos fizika szavaival: ha egy tehetetlenségi test úgy koordinátáz, hogy nem az Einstein-féle szinkronizációt választja, vagy nem egymásra merőleges irányokat használ a terében, akkor a dolgozat szerint ő már nem-tehetetlenségi (sőt az 55. oldal szerint gyorsuló) megfigyelő. Ennek alapján az is jól látszik, hogy ugyanaz a (fizikai) test különböző koordinátázásokkal különböző megfigyelőnek számít a dolgozat szerint, vagyis a megfigyelőben burkoltan a testen kívül más is van.

Visszont az AxPh és AxSymDist axióma alapján  $m$  tehetetlenségi megfigyelőre "fizikai" értelmet nyer  $\text{time}_m$  és  $\text{dist}_m$ .

A 3.1.3. állítás (1) pontja második felének a bizonyítása hibás. Ugyanis  $q := p + (1, 0, \dots, c_m, \dots, 0) \neq p$  és  $ph \in \text{ev}_m(q)$ . Az állítás igaz, a bizonyítás javítható.

A "mozgó órák lelassulnak" (idődilatáció) stb. (22.oldal) pontos megfogalmazása: egymáshoz képest mozgó tehetetlenségi órák, ha az Einstein-féle szinkronizációt alkalmazzák, kölcsönösen úgy tapasztalják, hogy a másik lassabban jár. Tehát ez nemcsak relatív jelenség (23.oldal), hanem szinkronizációfüggő (más szinkronizációval más eredmény adódik) és kölcsönös is. Ezért ez a relatív jelenség semmiképp sem vezethet gravitáció okozta abszolút időlassuláshoz (23.oldal), amely szinkronizáció-független és nem kölcsönös (sőt a torony alján és tetején levő órák (78.oldal) nem mozognak egymáshoz képest).

A negyedik fejezet az óraparadoxonnal foglalkozik (amely valójában nem is paradoxon, ahogy a szerző is felhívja rá a figyelmet). Sokoldalú vizsgálatnak veti alá, és érdekes logikai összefüggéseket és nem-összefüggéseket bizonyít. A legmeglepőbb az, ami valójában nem is a relativitáselméletre vonatkozik és a 4.4.1 tételben van bizonyítva.

Az ötödik fejezet kibővíti a harmadik fejezetben adott axiómarendszert, hogy ütközéseken keresztül vizsgálja a relativisztikus tömeg és energia kérdéskörét. Többféle axiómát vezet be és sok eredményt származtat; szerintem ez kevésbé érdekes (de nem értéktelen) része a dolgozatnak.

A hatodik fejezet lényegében egy új axiómával bővíti a harmadik fejezet axiómarendszerét, amelyben csak tehetetlenségi megfigyelők szerepeltek. Ez az AxCmv axióma tulajdonképpen arra hivatott, hogy jellemezze, milyen koordinátázást adhat nem-tehetetlenségi megfigyelő. A lehetőségeket erősen korlátozza, de egyértelműséget nem ad. Kizárja azt, amit korábban példának hoztam fel, hogy egy tehetetlen test ne az Einstein-szinkronizációt válassza és ne egymásra merőleges irányokat használjon a terében.

Viszont nem zárja ki a következő egyszerű példát, amelyet a relativitáselmélet szokásos kereteiben fogalmazok meg (az egyszerűségért három dimenzióban). Ekkor  $\{(\tau, 0, 0) \mid \tau \in \mathbb{R}\}$  tehetetlenségi test, és az identitás-függvénnyel mint koordinátázással tehetetlenségi megfigyelő a dolgozat szóhasználata szerint.

Ugyanez a test a  $(\tau, \xi, \eta) \mapsto (\tau, R(\tau)(\xi, \eta))$  koordinátázással, ahol  $R(\tau)$  a  $\tau$  szögű ("pozitív") forgatás, már nem tehetetlenségi megfigyelő. Viszont teljesíti az AxCmv axiómát, minden pontjához van együttmozgó tehetetlenségi koordinátázás: a  $(\tau_0, 0, 0)$  ponthoz a  $(\tau, \xi, \eta) \mapsto (\tau, R(\tau_0)(\xi, \eta))$ . A dolgozat szóhasználata szerint (55. oldal) ez olyan gyorsuló megfigyelő, amelynek a gyorsulása nulla.

Az 57. oldalon az élet-vonal meghatározásának magyarázatában a " $k$  által mért idővel paraméterezett" jelző nem helyénvaló (egyelőre), mert a sajátidőnek csak a 6.1.6. állítás ad egyértelműséget. Ezután viszont  $m$  nem-tehetetlenségi megfigyelőre  $\text{time}_m(e_1, e_2)$ -nek most már van egyértelmű jelentése, ha  $e_1$  és  $e_2$  a megfigyelő eseménye, (sajátidőtartam) de csak akkor;  $\text{dist}_m(e_1, e_2)$ -nek továbbra sincs (nem is használja a dolgozat).

A hetedik fejezet az ikerparadoxonnal foglalkozik. Felettébb érdekes és meglepő eredményeket ad. Például azt, hogy noha az előzőekben mondtak szerint a megfigyelők sajátideje jól definiált az AxCmv axióma következtében, ugyanazon eseményeken végigfutó testhez tartozó különböző nem-tehetetlenségi megfigyelők (azaz különböző koordinátázások) esetén a sajátidőtartamok nem feltétlenül egyeznek meg, ha a koordináták nem a valós testtel izomorf test elemei.

A nyolcadik fejezet címe: Gravitáció utánzása gyorsuló megfigyelőkkel. A fejezet bevezető megjegyzésiben idézi Einstein "ekvivalencia elvének" szokásos megfogalmazásait, melyek szerint "egy egyenletesen gyorsuló vonatkoztatási rendszer megkülönböztethetetlen egy egyenletes gravitációs mezőben levő nyugalmi rendszertől". Ez azonban nem igaz. Kissé pongyolán megfogalmazva az helyes, ha a 'megkülönböztethetetlen' jelzőt kicseréljük a 'lokálsian, első rendben megkülönböztethetetlen' jelzőre. Továbbá a torony alján épp azért lassabb az órajárás, mint a tetején, mert lenn erősebb a gravitáció (vagyis a gravitációs mező nem egyenletes). Érdemes lenne elhagyni mindenféle utalást a gravitációra, hiszen a fejezet enélkül is tökéletesen megáll. Együtt gyorsuló (pontoszerű) testekre (űrhajó eleje, közepe és vége) vonatkozó érdekes "óralassulási" eredményeket származtat minden további axióma nélkül.

A tárgyaláshoz bevezeti a radar-egyidejűség és radar-távolság, valamint Minkowski-egyidejűség és Minkowski-távolság fogalmát a gyorsuló testek között.

Lám, nem a 16. oldalon megjelenő  $\text{time}_m$ -et és  $\text{dist}_m$ -et használja, hiszen azoknak nincs fizikai értelme.

A kilencedik fejezet az általános relativitáselméletre tér rá. Bevezetőül ismét az einsteini gondolatot idézi, amelyet sajnos ma is sokszor hangoztatnak fizikusok, noha már több mint fél évszázada megjelent a figyelmeztetés (Synge, 1953): nem helyes az a felfogás, hogy a speciális relativitáselmélet a tehetetlenségi megfigyelők elmélete, az általános relativitáselmélet pedig a tetszőleges megfigyelőké; ehelyett az igaz, hogy az általános relativitáselmélet a gravitáció elmélete, amelyen belül a speciális elmélet a gravitáció hiányáé. Az igaz, hogy a speciális elméleten belül a nem-tehetetlenségi megfigyelők szerinti koordinátázás a matematikai technika szempontjából ugyanolyan bonyolult, mint egy akármilyen koordinátázás az általános esetben; de a metrikus tenzor görbülete a speciális eset akármilyen koordinátázásában nulla, az általános esetében nem.

A fejezet röviden ismerteti az általános relativitáselmélet egy axiómarendszerét. A dolgozatban is, de főleg a tézisekben azt mondja a szerző, hogy az általános relativitáselmélet axiómái a gyorsulásos speciális relativitás (AccRel) mint közbülső lépcső segítségével adódnak. Ez esetleg akkor lehetne elfogadható kijelentés, ha megmutatná, hogy az  $\text{AxPh}^-$  és az  $\text{AxSymTime}^-$  axiómákban szereplő tulajdonságok teljesülnek AccRel-ben. De még akkor sem volna szerencsés. Hiszen AccRel a SpecRel kibővítése, ami annak felel meg, hogy a szokásos speciális relativitáselmélet keretein belül minden további nélkül tárgyalhatók nem-tehetetlenségi megfigyelők is. GenRel viszont egészen más axiómarendszer, ami annak felel meg, hogy a szokásos speciális relativitáselmélet keretein belül gravitáció nem tárgyalható.

Tehát nem igazán helytálló a gyorsuló megfigyelőkre hivatkozni az általános relativitáselmélet kapcsán, amint azt korábban is említettem.

Végül, kétséges számomra, hogy  $\text{AxSymTime}^-$  valóban azt mondja-e, hogy az órák ugyanúgy járnak: ugyanis a relatív sebesség a térkoordinátáktól is függ, Továbbá kétséges, hogy kielégíthető-e egyáltalán. Egyszerű szavakban ezt az axiómát így lehet megfogalmazni: bármely két test találkozásánál mindkettő tud úgy koordinátázni a találkozásuk környezetében, hogy a relatív sebességek nagysága ugyanaz. Figyelem: itt különösen fontos, hogy a dolgozat felfogása szerint a koordinátázás egyszer s mindenkorra a testhez van rögzítve. Vegyük több test együttes találkozását; lehet-e úgy rögzíteni minden testhez egy koordinátázást, hogy minden párra fennálljon a sebességekre kirótt követelmény?

A tizenegyedik fejezet matematikai eszközöket és tételeket foglal össze, a tizenkettedik pedig azt magyarázza, miért ragaszkodik az első rendű logikához az elméletek megalapozásánál.

A dolgozat magas színvonalú, a téma tárgyalása világos, pontos, tökéletesen megfelel az adott szakterület követelményeinek. A tézisekben felsorolt eredmények újak, jelentősek és megfelelnek a különnyomatokban közölteknek. A dolgozat angolsága mind nyelvi mind helyesírási szempontból kitűnő (én csak annyi hibát találtam, hogy az 56. oldal legfelső sora sántít).

A szerző olykor intuícióként a szokásos fizikai folklór kijelentéseire utal, amelyek jó része azonban helytelen; a fentiekben előhozott megjegyzéseim nagy része csak ilyenekre vonatkozik, ami tehát nem érinti a dolgozat lényegét.

A bírálatom legelején modott kifogásaim sem a szerzöt illetik valójában, hiszen ő mások által bevezetett és használt kereteken belül dolgozik; de remélem, hogy további tevékenysége során megtalálja a keretek megfelelő módosítását.

Kérdésem csak az, amit az általános relativitáselmélet axiómáinál megfogalmaztam:

1. Igaz-e, hogy az  $AxPh^-$  és az  $AxSymTime^-$  axiómákban szereplő tulajdonságok teljesülnek  $AccRel$ -ben?

2. A szokásos Lorentz-sokaságok esetén teljesíthető-e az  $AxSymTime^-$ -ban megfogalmazott tulajdonság akárhány véges sok test találkozására esetén?

Javaslom, hogy a szerző nyerje el a doktori címet "summa cum laude" minősítéssel.

A dolgozat angol nyelvű összefoglalójában (Summary) a már említett okokból kihagynám az "Our theory  $AccRel$  nicely fills the gap ... general relativity from it" mondatot és a "We also show that  $AccRel$  ... slowing down time" mondatot átfogalmaznám úgy, hogy kellőképpen mutassa a gyorsulás okozta különféle időtalassulásokat, esetleg azt hozzá lehetne tenni, amelyek hasonlatosak a gravitáció okozta időlassuláshoz.

Budapest, 2009. szept. 24.

  
Matolcsi Tamás