

Miért az elsőrendű logika keretében tárgyaljuk a relativitáselméletet?

Tordai Renáta, Andréka Hajnal, Németi István

Első látásra talán meglepőnek tűnhet a relativitás elméletének ilyen megközelítése, amikor az ember gondolkodás nélkül belepillantva a könyvespolcra bármely témába vágó könyvbe differenciálegyenletek végtelen sorával, esetleg népszerűsítő körülírással találja szembe magát. Még ijesztőnek is tűnhet mindazok számára, akik az elsőrendű logikával nem állnak közelebbi ismeretségben, főleg, ha valaki egyáltalán nem foglalkozott még logikával. Ezt a fejezetet egyrészt ez utóbbi Olvasók megnyugtatására szánjuk, másrészt itt kívánjuk megmutatni az elsőrendű logika – egyelőre még nem relativitáselmélet-közeli – felépítményét, harmadrészt minden Kedves Olvasónak meg kívánjuk indokolni ezt az elsőre talán különös döntést.

Kezdjük talán a döntés okával. Bizonyára mindenki találkozott már olvasmányai során olyan helyzettel, amikor egy ponton elvesztette a fonalat olvasás közben, majd kibogozva az elvesztett szálát kiderült, hogy bizonyos fogalmaknak a mondatok, oldalak múlásával szinte észrevétlenül megváltozott a jelentése, a sorok szerzője előbb kicsit mást értett az adott fogalom alatt – többet, kevesebbet vagy csak egyszerűen mást –, mint amit néhány sorral, oldallal később. Minden valószínűség szerint az az érzés sem ismeretlen a Kedves Olvasó előtt, amikor formalizált állítások végtelennek látszó sorát látja maga előtt, és annak ellenére, hogy az adott könyvnek esetleg már jócskán a közepe felé tart, mégsem egyértelmű, hogy a soron következő formalizmus mit is kíván mondani. Ilyen és ehhez hasonló esetek még a rutinos olvasót is zavarba ejthetik, aki aztán vérmérséklete szerint reagál: becsukja a könyvet vagy vállalja a bogarászást, és rendkívüli küzdelmek árán bár, de szellemi nyereséget vár.

A fent említett esetek elkerülésére teljesen alkalmas az elsőrendű logika, hiszen nem feltételez semmiféle előzetes, kimondatlan egyezséget az Olvasó és a szerző között, ám kötelezi a szerzőt az általa használt nyelv részletes megadására és annak következetes betartására. Ennek folytán az Olvasónak nyilván könnyebb értelmezni az elsőrendű logika szabályai szerint írt ismertetést, ugyanis a szerzőnek nincs lehetősége átugrani bizonyos részleteket, addig nem bevezetett fogalmakhoz nyúlni, esetleg az előbb leírt bűnök valamelyikébe esni az Olvasó rovására.

Az eddigieket indoklás mellett a könnyebbség ígéretének is szánjuk¹ mindazok számára, akiknek az elsőrendű logika új terület, s hogy ezen ígéretünket

¹A relativitáselmélet témájából következően nem azt ígérjük, hogy erőfeszítés nélkül, első

valóra váltsuk, kezdjük is bele az elsőrendű logika mibenlétének ismertetésébe.

Az elsőrendű logika tulajdonképpen a természetes, mindennapjainkban használt nyelv egy nagyon szikár részhalmaza. Vagyis ha vesszük a természetes nyelvet, akkor abból kiragadhatunk egy nagyon kicsi, nagyon jól érthető részt, amely aztán alkalmas arra, hogy az elsőrendű logika alapjául szolgáljon. Azaz később jelöléseket bevezetve ennek a jól érthető fogalmi rendszernek a leírására, nagyjából megkapjuk az elsőrendű logika egy nyelvét².

Ha nyelvről beszélünk, akkor persze várható, hogy a tárgyalás két részből áll, hiszen minden nyelvnek van egyrészt nyelvtana, másrészt jelentéstana. Úgy gondoljuk, az Olvasó könnyebb tájékozódása érdekében a nyelvtannal érdemes kezdeni, így ehhez is fogjuk tartani magunkat.

De miért kell a nyelvtannal kiemelt helyen foglalkozni, amikor a természetes nyelv nyelvtanát ismerjük, ez pedig annak egy részhalmaza? – kérdezheti jogosan bárki. Azért, mert a természetes nyelvben vannak olyan helyzetek, amikor csak a szövegkörnyezet mankóját használva tudhatjuk biztosan a kimondott mondat valódi értelmét. Vegyük a következő konkrét mondatot:

Dob.

Ez a magyar nyelv nyelvtani szabályai szerint egy helyes tőmondat, hiszen van benne egy alany és egy állítmány, még ha a magyar nyelv nyelvtani szabályai meg is engedik az alany rejtőzködését. Minden bizonnyal a Kedves Olvasóban ösztönösen kialakult egy kép, hogy mit is akarunk ezzel a mondattal állítani, ám nézzük, milyen lehetőségeink vannak, ha elemezni kívánjuk a fenti mondatot segítségül hívva a szövegkörnyezetet.

Legyen elsőként a fenti példamondatot megelőző mondat a következő kérdés:

Mit csinál?

Dob.

Ekkor már teljesen nyilvánvaló, hogy a „dob” a mondat állítmánya, ha mint mondatrészt nézzük.

Tekintsünk hát egy másik előzményét a mondatunknak:

Mi dübörög?

Dob.

Ekkor viszont a „dob” a mondat alanya, hiszen a fenti kérdésre adott válasz a következő mondat rövidítése:

olvasásra érthetővé válik minden, csupán annyit ígérünk, hogy a tárgy szokatlan szemléletmódjából adódó nehézségeken felül a nyelvi buktatókat kiküszöböljük.

²Azért írjuk, hogy nagyjából, mert itt csak egy képet szeretnénk adni az Olvasónak, amelynek a részleteit később részletesen kidolgozva eljutunk a valódi, a további cikkekben használt nyelvhez.

Dob dübörög.

Ennek a mondatnak viszont a „dübörög” az állítmánya, nem a „dob”.

Vagyis ha nem vezetnénk be egyértelmű nyelvtani szabályokat, akkor előbb-utóbb mi is annak a szerzőnek a csapdájába esnénk, aki állandó fejtörésre kényszeríti az Olvasót a mondatainak többértelműségével, mivel – az előbbi példából jól látható módon – a természetes nyelvben nem mindig lehetünk biztosak egy-egy mondat hallatán annak szerkezetében és jelentésében. Ezen kívül figyelembe kell vennünk egy másik szempontot is. A természetes nyelvi tőmondatok nagyrésztében nincs semmiféle kétértelműség az előző példával ellentétben, pontosan tudjuk, hogy mi az alany, mi az állítmány, mégis, amikor formalizáljuk, elveszíthetjük ezt az egyértelműséget, ha nem mondjuk meg pontosan, hogy hol keresendő a formális mondatban az alany és az állítmány.

Tehát mindenképpen egyezséget kell kössünk azért, hogy amit leírunk, mindenkinre ugyanazt jelentse most és a későbbiekben is. Ez az egyezés pedig pontosan a nyelv nyelvtanára kell, hogy vonatkozzon.

Tegyük hát ezt, és nézzük meg, hogyan építünk fel egy mondatot elsőrendű logikában.

Az általános iskolában tanultuk, hogy a nyelv mondatokból, a mondatok tőmondatokból, azok mindegyike pedig egy alanyból és egy állítmányból áll. A fent leírtak alapján valószínűleg senki nem lepődik meg azon, hogy az elsőrendű logikában is ugyanez a helyzet, ezért lássuk most a tőmondatok felépítését egy példán keresztül:

Tibor vásárol.

Ennek a mondatnak az állítmánya „vásárol”, anyaga „Tibor”. Adjunk hát a rövideg kedvéért jelet az állítmánynak, legyen például V (mint „vásárol”).

Ekkor a mondatunkat úgy írhatjuk (immár kissé formálisan):

$V(Tibor)$

Tehát előre írjuk az állítmány jelét³, majd utána írjuk zárójelben az alanyt⁴.

Lehetséges azonban, hogy egy olyan mondatot kívánunk leírni, amiben két személy szerepel, például:

Tibor látja Katit.

Itt is lehetőségünk van jelet adni az állítmánynak (tehát a „látja” szónak), legyen mondjuk L (mint „látni”), majd nézzük, hogy is lehet ezt formálisan leírni:

$L(Tibor, Kati)$

³Ezt nevezzük predikátumjelnek.

⁴Ezt az általunk alanynak nevezett részt hívjuk argumentumnak.

Tehát ha a cselekvésben több résztvevő is van, akkor az állítmány után álló zárójelbe vesszőkkel elválasztva, egymás után írjuk a résztvevőket.

Ez a formális írás azonban elgondolkodtató lehet, ugyanis úgy tűnik az eddigiek alapján, mintha a mondatnak két alanya lenne, holott ez a természetes nyelvben nem így van (hiszen „Kati” nem a mondat alanya, hanem a tárgya). Ráadásul egy másik mondatban ez esetleg még igaz is lehet, hiszen a természetes nyelvben az alanyok sorrendje felcserélhető, azonban egy olyan mondatban, ami a fenti példához hasonlóan egy alannal és (legalább) egy tárggyal bír, az alany és a tárgy nem felcserélhető. Az ugyanis, hogy

Tibor látja Katit.

nem ugyanazt jelenti, mint ha azt mondjuk, hogy

Kati látja Tibort.

A fent megadott formalizálás ezért nem egyértelmű, ha a zárójelben megengedjük a felcserélhetőséget. Ezért nem is engedjük meg, így téve lehetővé, hogy egyértelművé váljon, ki cselekszik, és kire/mire irányul a cselekvés, bármi legyen is az.

Tehát az állítmány után álló zárójelben a szereplők sorrendje nem felcserélhető, előre írjuk a cselekvőt, utána a cselekvés tárgyát.

Természetesen ugyanez a helyzet akkor is, ha a mondatban mondjuk tárgy helyett esetleg valamilyen határozó vagy jelző szerepel, mint például a következő példában:

A macska a kutyaólból heverészik.

Ennek a formalizált alakja például lehet ez:

H(macska, kutyaól)

ahol a H jelentése heverészni, és a kutyaól a példamondatunkban konkrétan helyhatározó.

De lépünk is tovább, és nézzük meg, hogy mi a helyzet, ha több alanya van a mondatnak? Ahogy már említettük, azok a természetes mondatokban felcserélhetőek. Ezek szerint itt nem? És hogy különböztethetőek meg a mondat alanyai a tárgyaktól?

Erre megint nézzünk egy példát:

Tibor és Kati vásárol.

Ebben a mondatban nincs tárgy, viszont van két alany (Tibor és Kati). Emlekeztetőként érdemes felfrissíteni, hogy mit is mondtunk a tőmondatok szerkezetéről. Azt mondtuk az írásunk elején, hogy azt fogjuk tőmondatnak nevezni, amiben pontosan egy alany és pontosan egy állítmány van. Ez a mondat viszont több alanyal is rendelkezik, tehát biztosan nem tőmondat. Ha viszont nem tőmondat, akkor összetett. Ha viszont összetett, akkor fel kell tudnunk bontani két olyan tőmondatra, amelyek együttes jelentése azonos az eredeti mondatunk jelentésével. Legyen ez a két mondat:

Tibor vásárol.

Kati vásárol.

Jól látható, hogy ez a két mondat együtt valóban ugyanazt jeletni, mint az eredeti mondatunk, feltéve, ha beszúrunk egy kötőszót, jelen esetben az „és”-t. Tehát fel kell vennünk a nyelvbe az „és” kötőszót. Jelöljük ezt \wedge jellel, hogy olyan összetett mondatokat tudjunk írni, amelyekben megengedett több alany használata. Hát vegyük fel, és nézzük, formalizálás után mit kapunk:

$$V(\text{Tibor}) \wedge V(\text{Kati})$$

Tehát összetett mondatokat tudunk képezni tőmondatokból „és” (\wedge) művelettel.

Menjünk tovább és nézzük, milyen példákat tudunk még mondani a tőmondatok összekapcsolásához a természetes nyelv alapján. Például van, hogy a fentihez hasonlóan szintén két alanyunk van, ám mégsem feltétlenül azt akarjuk kifejezni, hogy mindkét alany végzi a cselekvést. Induljunk hát ki ismét az előbbi két tőmondatból:

Tibor vásárol.

Kati vásárol.

Ha nem vagyunk biztosak benne, hogy ki vásárol kettőjük közül, de azt tudjuk – mondjuk –, hogy a megvásárolandó dolgok este otthon lesznek, akkor a természetes nyelvben azt mondjuk hogy:

Tibor vagy Kati vásárol.

Ha ezt le akarjuk fordítani, akkor be kell vezessük a „vagy” kötőszónak megfelelő műveletet a formális tőmondataink összekapcsolására. Vezessük hát be, és jelöljük \vee jellel. Ekkor így fog kinézni az összetett mondatunk:

$$V(\text{Tibor}) \vee V(\text{Kati})$$

Tehát összetett mondatokat tudunk képezni tőmondatokból „vagy” (\vee) művelettel.

Ezzel a természetes nyelvben összetett mondatnak nevezett nyelvi egységek képzését tulajdonképpen be is fejeztük. Talán meglepőnek hat, de a fenti két

művelet elegendő lesz számunkra felépíteni minden mondanivalónkat a tőmondatainkból.

De valóban mindent le tudunk írni a fentiek segítségével? Sajnos nem, két dolog még hátra van. Ugyanis a fejezet elején tárgyalt tőmondatok az ott leírt módon nem használhatók minden helyzetben. Nézzünk egy olyan szituációt, amikor például nem használhatók.

Tegyük fel, hogy napközben kapunk egy telefonhívást Tibortól, hogy ígéretével ellentétben nem tud elmenni vásárolni, mert elromlott az autója és szervízbe kell azt vinnie. Ekkor azt mondjuk – hiszen a hívás után egyértelművé vált –, hogy

Tibor nem vásárol. (hiszen szervízbe viszi a kocsiját)

Ezt bizony az elsőrendű logikai mondatainkba is be kell csempésszük valamilyen módon. Ezért vezessünk be egy „nem” műveletet, amit jelöljünk \neg jellel. Nézzük most a formális leírását a mondatunknak:

$\neg V(Tibor)$

Tehát a „nem” (\neg) művelettel ki tudjuk fejezni bármely állításunk ellentettjét (nem csak tőmondatokét).

Képzeljük el, hogy – mondjuk – Tibor azzal hív fel bennünket, hogy lerobbant az autója, ezért nem tud elmenni vásárolni, de megkér valakit, hogy vásároljon be helyette. Mivel mi nem ismerjük az illetőt, akitől Tibor szívességet kér, ezért azt mondjuk, hogy

Valaki vásárol.

vagy kicsit átfogalmazva:

Van valaki, aki vásárol. (de nem tudjuk, ki az)

Nyilván erre sem tudunk az eddigi szókészletünkéből összeállítani olyan kifejezést, ami pontosan leírná a fenti mondatot, ezért szükségünk van még egy műveletre. Legyen ez a „létezik” vagy „van” nevű művelet, és adjunk neki \exists jelölést⁵.

Ekkor a formális mondatunk a következőképpen fest:

$\exists \text{valaki}, V(\text{valaki})$

Ezt szó szerint kiolvastva a következőképpen hangzik:

Létezik valaki, hogy valaki vásárol.

⁵A jel az angol „exist” (létezik) szó kezdőbetűjének a tükrözése.

Ez a művelet talán az egyetlen, amely a természetes nyelven kissé nyakatekerten hangzik, mégis jó szolgálatot fog tenni a későbbiekben, hiszen ezáltal le fogunk tudni rövidíteni sokkal hosszadalmasabb és – ebből következően – áttekinthetlenebb kifejezéseket.

Ezzel a művelettel kapcsolatban meg kell jegyezni, hogy mindig azt fejezi ki, hogy nem tudjuk, ki cselekszik, viszont a cselekvés létezéséről tudunk.

Vegyünk erre egy másik példát is. Képzeljük el, hogy este hazaérve látjuk, hogy valaki feszegeti a lakásunk ajtaját. Mit tudunk mondani ekkor?

Valaki betör.

vagy másként:

Van valaki, aki betör.

Vagyis nem tudjuk, ki tör be éppen a lakásunkba, de valaki betör, hiszen látjuk.

Tehát van egy „létezik” (\exists) művelet, ha tudjuk, hogy a cselekvés létezik, de nem ismerjük a cselekvőt.

Mindössze ennyit kell tudni egy elsőrendű logikai nyelv nyelvтанáról, hogy mindent le tudjuk írni egyértelműen. Így rátérhetünk a nyelv jelentés tanára.

Erről viszont ezen a ponton nem érdemes beszélni, hiszen a nyelv tanban szerepet játszó szavakról előbb megtanultuk, mit jelentenek, a többi pedig egy későbbi fejezet témája.

Miért nem ejtünk szót róla ebben a fejezetben, ha ezt szántuk az elsőrendű logika bemutatására?

Azért, mert az elsőrendű logika, mint bármely nyelv, különböző szituációkban más és más lehet. Hogy egy példával illusztráljuk ismét az állításunkat, vegyük a következő szót: lé.

Ez különböző szituációkban, szövegkörnyezetekben mást és mást jelenthet, hiszen a fiatalok gyakran használják a pénz szinonímájaként, de használatos valamilyen folyadék megnevezésére is.

Ugyanígy az elsőrendű logikának is ú.n. világai vannak, amelyben a szerzőnek meg kell határoznia, hogy ha használ egy fogalmat, akkor mit is ért pontosan alatta.

Ezzel foglalkozunk majd hamarosan, ahol egyben bele is kezdünk a relativitáselmélet felépítésébe a nyelv fogalmainak meghatározásával.

Az elsőrendű logikában megírt tőmondat felépítése

$V(Tibor)$ **V:** állítmány

Tibor: alany

$V(Tibor, Kati)$ **V:** állítmány

Tibor: cselekvő

Kati: akire hat a cselekvés

A zárójelben lévő szereplők sorrendje nem felcserélhető!

Az összetett mondatok képzésekor használható műveletek

\wedge **és** Tibor és Kati vásárol $V(Tibor) \wedge V(Kati)$

\vee **vagy** Tibor vagy Kati vásárol $V(Tibor) \vee V(Kati)$

A mondatok jelentésének módosítására használható műveletek

\neg **nem** Tibor nem vásárol $\neg V(Tibor)$

\exists **létezik** Valaki betör. $\exists valaki, B(valaki)$

Létezik valaki, hogy valaki betör.