. . . és amit kihagytunk a nyelvi cikkből

Tordai Renáta, Andréka Hajnal, Németi István

Habár azzal az ígérettel zártuk a nyelvről szóló cikket, hogy nemsokára már a relativitás elméletét kezdjük felépíteni, most mégis kénytelenek vagyunk néhány mondat erejéig a Kedves Olvasó türelmét kérni és visszatérni a nyelvünk nyelvtanához.

Jogos lehet a kérdés, hogy ha még van mondanivalónk az elsőrendű logikáról, akkor azt miért nem írtuk az előző cikkbe?

A válasz egyszerű: azért, mert amit itt szeretnénk hozzátenni az előzőekhez, az nem az elsőrendű logikához tartozik, de használni szeretnénk a későbbiekben használt kifejezések egyszerűbbé tételének érdekében. Más szóval, szeretnénk újabb jelöléseket bevezetni azért, hogy a jegyzet hátralevő részében formulákkal papírra vetett mondataink, állításaink minél egyszerűbbek, minél könnyebben olvashatóak legyenek.

Kezdjük hát!

Az előző cikkben végignéztük az „és”, „vagy” kötőszavakat, illetve a „nem” és „létezik” módosítószavakat. Nézzük, hogy ezek segítségével hogyan írhatjuk le például a következő mondatot:

Minden kutya ugat. (azaz egyik sem beszél)

Elsőként – ahogy az előző cikkben is tettük – be tudunk vezetni egy jelet az állítmányra. Legyen ez U (mint „ugat”).

És ekkor ütközünk egy kis nehézségbe, nevezetesen abba, hogy látszólag nem tudunk még olyan kifejezést formalizálni, hogy „minden”. Ahelyett azonban, hogy megfutamodnánk, próbáljuk meg a mondat jelentése felől megközelíteni a dolgot. Mit is jelent a mondat?

Nincs kutya, amelyik nem ugat. (hanem – mondjuk – beszél)

Ezen a ponton kicsit elgondolkodva arra az örömteli következtetésre juthatunk, hogy ezt már le tudjuk írni az előző fejezetben megtanult jelölésekkel:

$\neg\exists kutya, \neg U(kutya)$[1]

[1] A kifejezés két részét különválasztó vessző nem létfontosságú, csupán azért van, hogy megkönnyítse az Olvasó tájékozódását a szövegben.

Hát igaz, hogy ez a kifejezés nem rövid és olvasásákor némi utánagondolást igényel az értelmezése, de sikeresen megoldottuk a feladatot az elsőrendű logika keretein belül.

Ahhoz, hogy a hosszán és az olvashatóságán javítsunk, pontosan az előbb gondot okozó „minden" szóhoz érdemes egy jelet keressünk. Legyen ez $\forall$[2].

Ekkor a mondatunk a következőképpen néz ki:

$$\forall kutya, U(kutya)$$

Ez már lényegesen rövidebb, és szóösszetételében is sokkal közelebb áll a hétköznapi nyelv kifejezésmódjához, ezért elégedettek lehetünk vele.

Tehát van egy „minden" jelentésű módosítószavunk, amit $\forall$ jellel jelölünk.

Nézzük, mire is lesz még szükségünk.

A későbbiekben, az elmélet felépítéséhez szeretnénk következtetéseket levonni bizonyos állításokból. Eddig erre látszólag sem szükségünk, sem lehetőségünk nem volt, hiszen például a következő mondat leírásához első ránézésre nincs meg a szükséges kifejezőeszközünk:

Ha esik az eső, akkor vizes a fű.

Ez – ahogy az előző fejezetben láttuk – két tőmondatból összeállított kifejezés. Nézzük őket külön-külön:

Esik az eső.	Vizes a fű.

Adjunk jelet mindkét állítmánynak, legyenek ezek E, mint „esik", és V, mint „vizes".

Ekkor a két mondat az előző fejezetben tanultak alapján:

$E(\text{eső})$	$V(\text{fű})$

Már csak a „ha ..., akkor..." szerkezetre van szükségünk, hogy sikerrel lefordítsuk a mondatunkat. Használjuk erre a $\Rightarrow$ jelet. Ekkor a mondatunk:

$$E(\text{eső}) \Rightarrow V(\text{fű})$$

Két tőmondat közötti következtetést a „ha ..., akkor..." szerkezetet kifejező $\Rightarrow$ jellel tudunk.

Most, hogy össze tudunk fűzni két egymásból következő állítást, nézzük, hogy hogyan tudnánk formalizálni a következő példát:

[2] A német Alles szó kezdőbetűjének a „fejreállításával" keletkezett jel.

A pocsolya akkor és csak akkor jeges, ha fagyos a levegő.

Mit is jelent ez a mondat? Próbáljunk meg egy kicsit elszakadni a megfogalmazástól és a tartalomra koncentrálni. Kis gondolkodás után azt kaphatjuk, hogy nincs más körülmény, mint a fagyos levegő, mikor a pocsolya jegessé válik. Ha viszont a pocsolya – ezek szerint – kizárólag akkor jeges, ha fagyos a levegő, akkor a következőt állíthatjuk:

Ha a pocsolya jeges, akkor fagyos a levegő.

Tehát megkaptuk az első (kizárólag „akkor"-t felhasználó) mondatunkban szereplő következtetési irány megfordítását.

Akkor most kezdjük el formalizálni az eredeti mondatunkat, hiszen ez volt az eredeti célunk. Ennek érdekében vezessük be a J, mint „jeges", és F, mint „fagyos" jelöléseket.

Az első mondat tehát így szól:

Ha fagyos a levegő, akkor a pocsolya jeges.

Ezt az eddigiek alapján a következőképp tudjuk átalakítani:

$F(\text{levegő}) \Rightarrow J(pocsolya)$

A második mondatunk:

Ha a pocsolya jeges, akkor fagyos a levegő.

Szintén minden gond nélkül felírható az előbbiek segítségével:

$J(pocsolya) \Rightarrow F(\text{levegő})$

De mivel ez a két állítás eredetileg egy mondat volt, ezért nekünk is valahogy össze kéne olvasszuk őket, és pontosan erre való az „akkor és csak akkor" kifejezés, amit így fogunk jelezni: $\iff$.

Tehát végül az eredeti mondatunk az alábbi formájú lett:

$J(pocsolya) \iff F(\text{levegő})$

Tehát van egy „akkor és csak akkor" műveletünk, amely két mondat kölcsönös egymásból következését fejezi ki. Jele: $\iff$

Ezzel viszont már tényleg befejeződött a későbbiekben használt nyelvünk nyelvtanának a bemutatása.

Azonban még felmerülhet a kérdés, hogy miért használjuk az elsőrendű logikát, ha a nyelvi felépítésben kilépünk annak keretei közül többletjelek bevezetésével, ahogy ez a fejezet bizonyítja?

Ahogy az előző fejezetben írtuk, célunk az, hogy a témával járó nehézségeken felül minden más buktatót kiiktassunk, és erre az elsőrendű logika tökéletesen meg is felel. Azonban van néhány nagyon sűrűn használt fogalom (művelet), amelynek a formalizálása mégis nehezebben értelmezhető az Olvasó számára kizárólag az elsőrendű logika lehetőségeit használva, mint azt túllépve. Ezért láttuk mindenképpen hasznosnak, hogy egyes sűrűn használt fogalmak esetében kivételt tegyünk.

Arra, hogy ezek az extra jelek egyszerűsítik a kifejezéseinket, már láttunk egy példát ebben a fejezetben, amikor a „minden" kifejezést kívántuk formálisan leírni. Mivel azonban ebben a fejezetben másik két műveletet is tanultunk, érdemes azoknak az elsőrendű és „könnyített" elsőrendű formáját is megnéznünk.

Ha esik az eső, vizes a fű.

Ahogy azt néztük a fejezet elején, ez a mondat így formalizálható nem kizárólag az elsőrendű logika segítségével:

$E(\text{eső}) \Rightarrow V(\text{fű})$

Ám összehasonlításul álljon itt két, azonos jelentésű elsőrendű formula[3]:

$(\neg E(\text{eső})) \vee (V(\text{fű}))$

$\neg(E(\text{eső}) \vee \neg V(\text{fű}))$

És lássuk ugyanezt az összehasonlítást a harmadik példamondatunkra is:

A pocsolya akkor és csak akkor jeges, ha fagyos a levegő.

A már felírt képlet:

$J(pocsolya) \iff F(\text{levegő})$

Az elsőrendű képletek:

$(\neg J(pocsolya) \vee F(\text{levegő})) \wedge (\neg F(\text{levegő}) \vee J(pocsolya))$

$(J(pocsolya) \wedge F(\text{levegő})) \vee (\neg J(pocsolya) \wedge \neg F(\text{levegő}))$

Minden bizonnyal a fenti összehasonlításból már minden Kedves Olvasónk megérti, hogy érdemes áldozatot hozni a könnyebb olvashatóság kedvéért, és kölcsönvenni néhány jelet a logika más ágaiból. Valószínűleg az is nyilvánvalóvá

[3]Talán furcsa, hogy rögvest két alakot adunk meg a mondatok elsőrendű formuláiként, de ez nem meglepő. Mint látni fogjuk, az elsőrendű formula nem annyira egyszerű, több műveletet is tartalmaz, így azok ekvivalens (jelentésbeli változást nem okozó) módon egymásba alakíthatók. Erre itt nincs módunk kitérni, hiszen a jegyzetnek nem célja a logika szükségesnél mélyebb ismertetése.

vált, hogy ezzel az áldozattal, az új jelek használatával értelmileg nem változtattunk a mondatokon, azokhoz sem hozzá nem tettünk, sem el nem vettünk. Ezért tehát még mindig alkalmas a nyelvünk az előző cikk elején tett ígéretünk betartására, miszerint a leírt fogalmak, állítások egyértelműek lesznek mindvégig, elkerülve a többértelműségből adódó zavarokat. Ellenben ha Ön, Kedves Olvasónk, idegenkedik ettől az újítástól és szívesebben használná tisztán az elsőrendű logika által nyújtott kifejezőeszközöket, bátorítjuk, hogy használja azokat, nem muszáj követnie az általunk kijelölt útvonalat.

Reméljük, hogy a nyelvi cikkekben feltett kérdéseink felölelték a Kedves Olvasóban felmerülteket, és azt is, hogy ezek kielégítő válaszra találtak.

A nyelvi részt ezzel befejezve, a hátralévő cikkekben ezek után már valóban a relativitás elméletének felépítésével fogunk foglalkozni, mégha kissé szokatlan megközelítésben is.

A fejezetben bemutatott, nem elsőrendű formulák

$\forall$	**minden**	Minden kutya ugat.	$\forall kutya, U(kutya)$
$\Rightarrow$	**ha . . . , akkor . . .**	Ha esik az eső, akkor fizes a fű.	$E(\textbf{eső}), V(\textbf{fű})$
$\iff$	**. . . akkor és csak akkor . . .**	A pocsolya akkor és csak akkor jeges, ha fagyos a levegő.	$J(\textbf{pocsolya}) \iff F(\textbf{levegő})$

A példamondatoknak az általunk használt nyelvbeli és elsőrendű formuláinak összehason

$\forall kutya, U(kutya)$	$\neg\exists kutya, \neg U(kutya)$
$E(\textbf{eső}) \Rightarrow V(\textbf{fű})$	$(\neg J(pocsolya) \lor F(\text{levegő})) \land (\neg F(\text{levegő}) \lor J(pocsolya))$
	$(J(pocsolya) \land F(\text{levegső})) \lor (\neg J(pocsolya) \land \neg F(\text{levegő}))$
$J(\textbf{pocsolya}) \iff F(\textbf{levegő})$	$(\neg E(\text{eső})) \lor (V(\text{fű}))$ $\neg(E(\text{eső}) \lor \neg V(\text{fű}))$