RELATIVITÁSELMÉLET LOGIKUS ALAPON II

Andréka Hajnal, Madarász Judit, Németi István & Péter, Székely Gergely, Tordai Renáta.

Ez a prezentáció második része. A gyorsuló megfigyelőkről szól, ez lényeges lépés az általános relativitáselmélet felé.

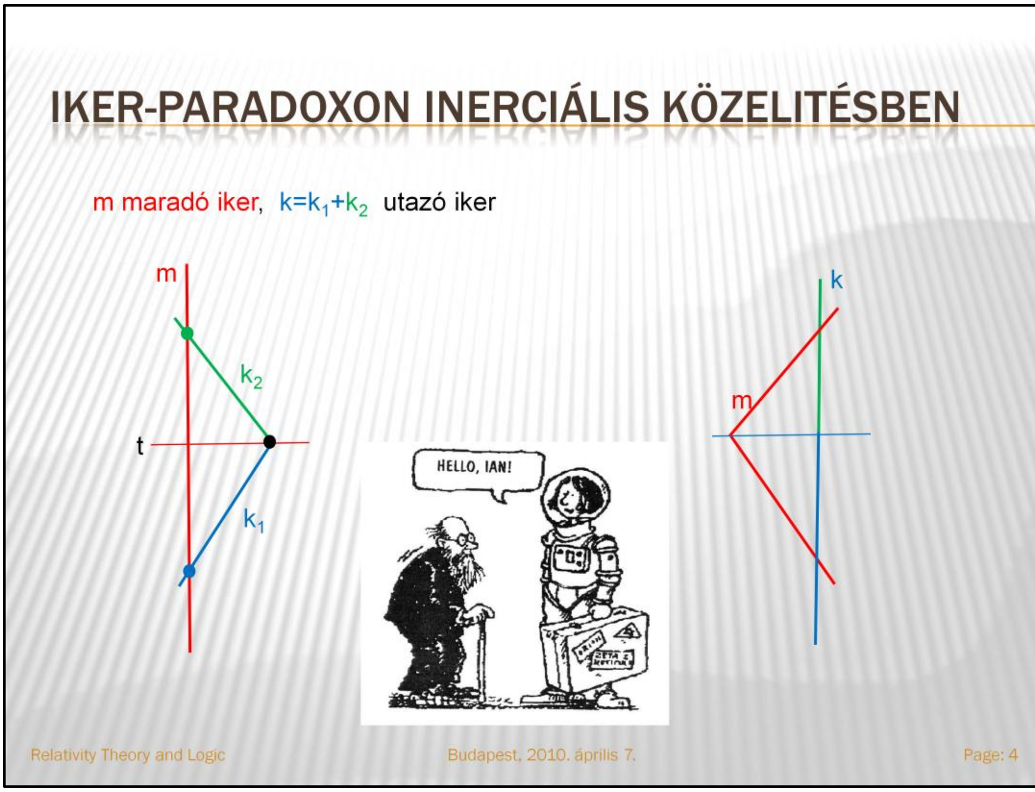
Az általános relativitáselmélet és a fekete lyukak elmélete nagyon izgalmas úttörő fejezetei a mai tudománynak.

II. RÉSZ

Gyorsuló megfigyelők

A gyorsuló megfigyelőkkel kézzelfoghatóvá tudjuk tenni a SpecRel effektusait. Például, az óralassulást csak fényjelekkel tudjuk „ellenőrizni”, mert a megfigyelő elmegy és sosem jön vissza ha inerciális. Erre az effektusra rárakódik a Doppler effektus, mikor fotonokkal „nézzük”. Egy gyorsuló megfigyelő vissza is tud jönni és akkor összehasonlithatjuk az óráinkat rárakódó effektusok nélkül.

enrichment of SpecRel with accelerated observers.
Accrel: also theory explaining how the relativistic paradigmatic effects develop.
AccRel makes transition more organized, smaller leap.
Einsteins Equivalence Principle

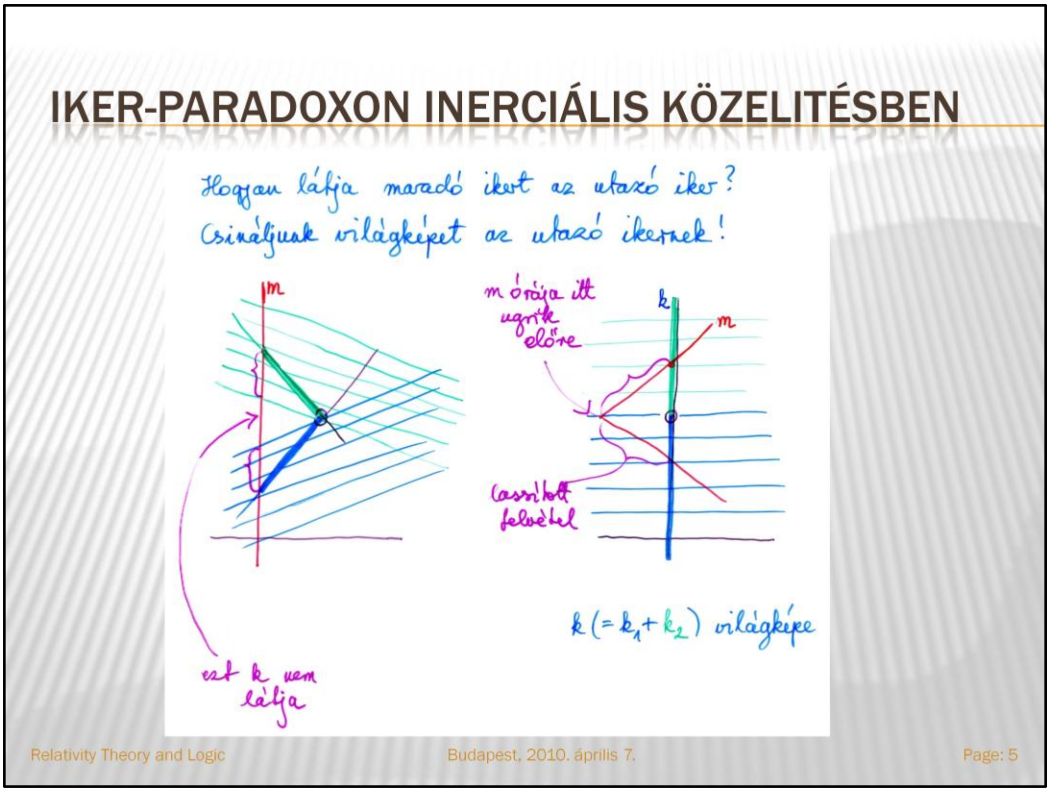


Az Iker-paradoxon nem paradoxon, hanem tétele AccRel-nek. A téma (iker p) első közelitését SpecRel keretén belül csináljuk:

Van két iker, ugyanannyi idősek (mert ikrek). A piros m iker otthon marad, a kék k iker pedig világot látni indul a kék eseményben, a k_1 inerciális űrhajóban. A fekete eseményben a k iker átugrik a k_2 inerciális űrhajóra és elindul hazafelé. Megérkezik a zöld eseményben. Az m iker végig inerciális, a k iker pedig útjának első részében megegyezik a k_1 inerciális űrhajóval, útjának második részén pedig a k_2 inerciális űrhajóval, és a kettő között az átugrásnál gyorsul. M, k_1, k_2 világképét ismerjük SpecRelből. Az óralassulás tétel szerint az m óráján több idő telik el k indulása (a kék esemény) és a k_2 űrhajóra átugrása (fekete esemény) között mint a k_1 inerciális űrhajóban (utóbbi megegyezik azzal, amit k mér a két esemény között), és hasonlóan m óráján több idő telik el a fekete esemény és a zöld között mint k_2 óráján (ami megegyezik azzal amit k mér a fekete és zöld események között). Tehát m több időt mér a kék és zöld események között mint k. A maradó m iker (Ian) öregebb mint a hazatérő utazó iker (Ann)!

Hogyan tudja mindezt az utazó iker értelmezni? Ő is úgy látja, hogy m elfelé megy tőle egyenletes sebességgel az átugrás pillanatáig , tehát m órája lassabban jár mint az övé, tehát az indulás és az átugrás pillanatáig SpecRel szerint kevesebb idő telt el m óráján mint a k-én. Hasonlóan, az átugrás után m közeledik k felé egyenletes sebességgel és kevesebb idő telik el m óráján mint k-én az átugrástól a megérkezésig. Akkor hát m órája többet vagy kevesebbet mutat mikor találkoznak?

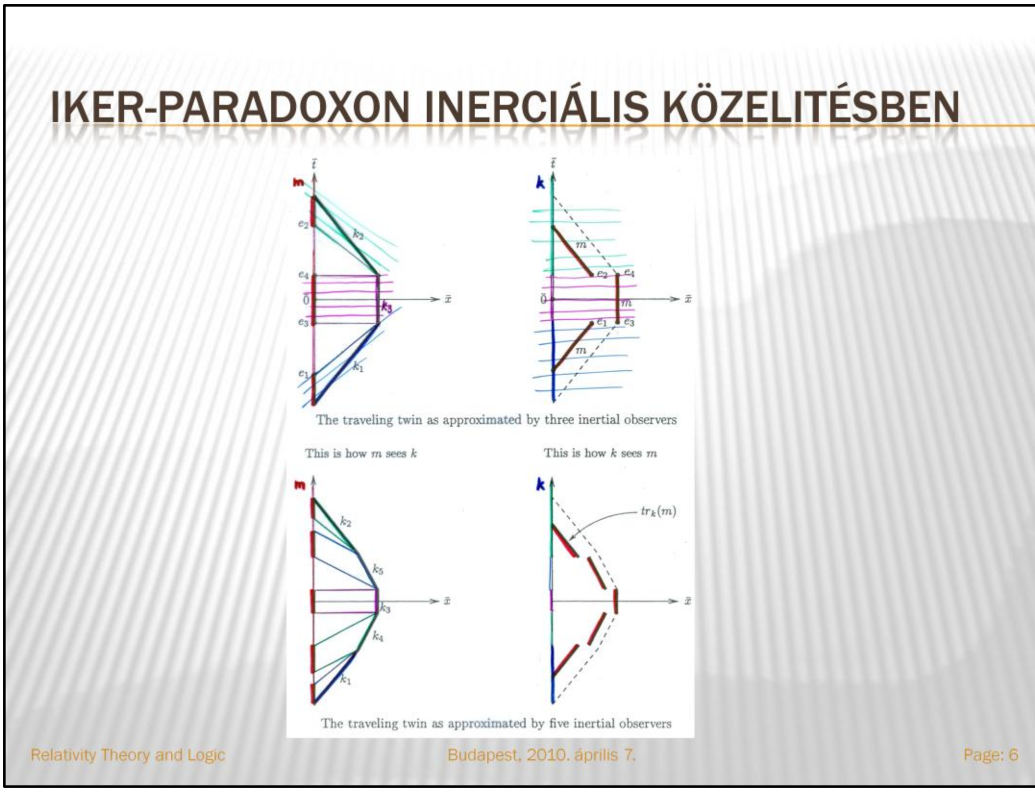
A megoldás kulcsa a szimultanitások relativitásában van (SpecRel aszinkron tétele).



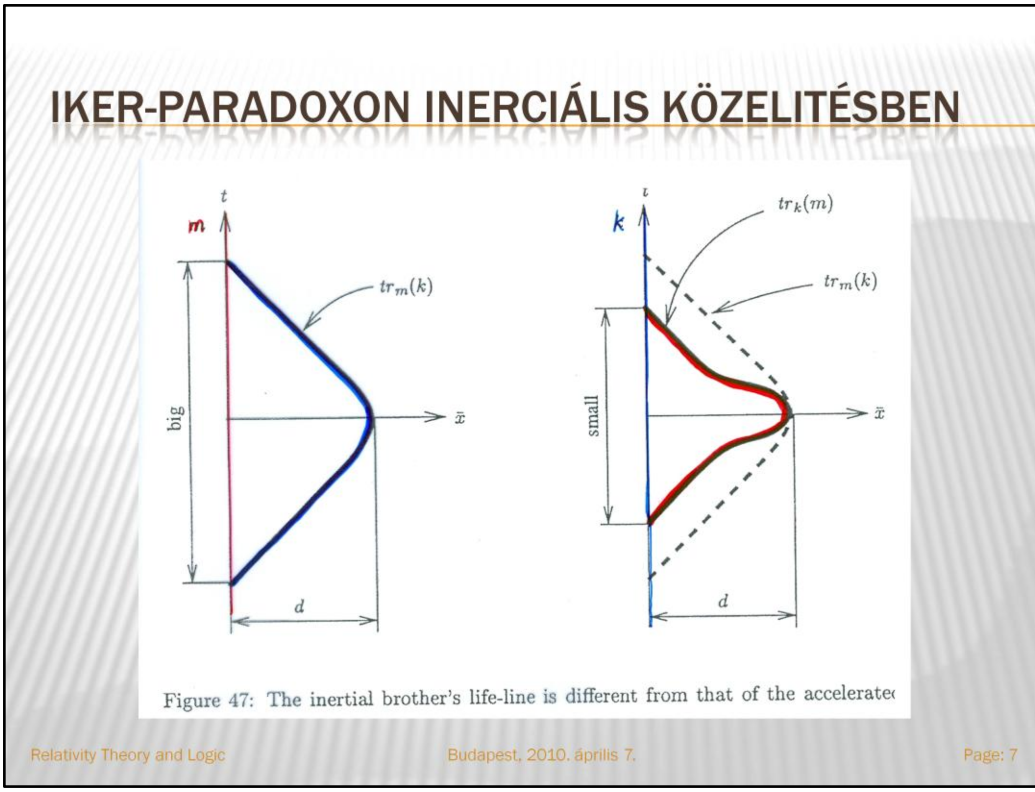
Csináljunk világképet az utazó ikernek! K világképe megegyezik a a kék k_1 űrhajóéval az elindulástól az átugrás pillanatáig. Az átugrás pillanatától a megérkezésig pedig k világképe megegyezik a zöld k_2 űrhajóéval. Az ugrás pillanatában a kék és zöld űrhajók sebessége más, tehát szimultanitásuk is más, más eseményeket fognak m életútjáról az ugrás pillanatával egyidejűnek látni. Ezt k úgy éli meg, hogy az ugrás pillanatában m órája előreugrik, hirtelen sokkal többet mutat egyik pillanatról a másikra. Emiatt az ugrás miatt lehetséges, hogy m órája többet mutat k hazatérésekor.

K tudja, hogy ő mikor gyorsul. Ha elenged egy almát, az szépen vele együtt fog utazni mindaddig, amig a k nem gyorsul. Amikor k átugrik a k_2 űrhajóra, akkor az alma a k_1 űrhajóval fog együttutazni tovább. Tehát k úgy látja, hogy az alma elmegy tőle. Az m almája végig az m-el marad, m nem gyorsul. A k almája az átugrás pillanatában elmegy k-tól. Ez az, amit különféleképp látnak a „megfordulás” (gyorsitás) pillanatában. M látja, hogy amikor k megfordul (gyorsit), hogy hazafelé utazzon, a k almája elmegy a k-tól. K viszont azt látja, hogy amikor m megfordul, akkor az m almája is fordul m-el, tehát m nem gyorsul. Látják, hogy nem egyformák, k gyorsul és m nem gyorsul. K azt is látja, hogy amikor ő gyorsul, akkor m órája megugrik, ebből majd az lesz, hogy a gyorsuló óra lelassul (a nem-gyorsulóhoz képest).

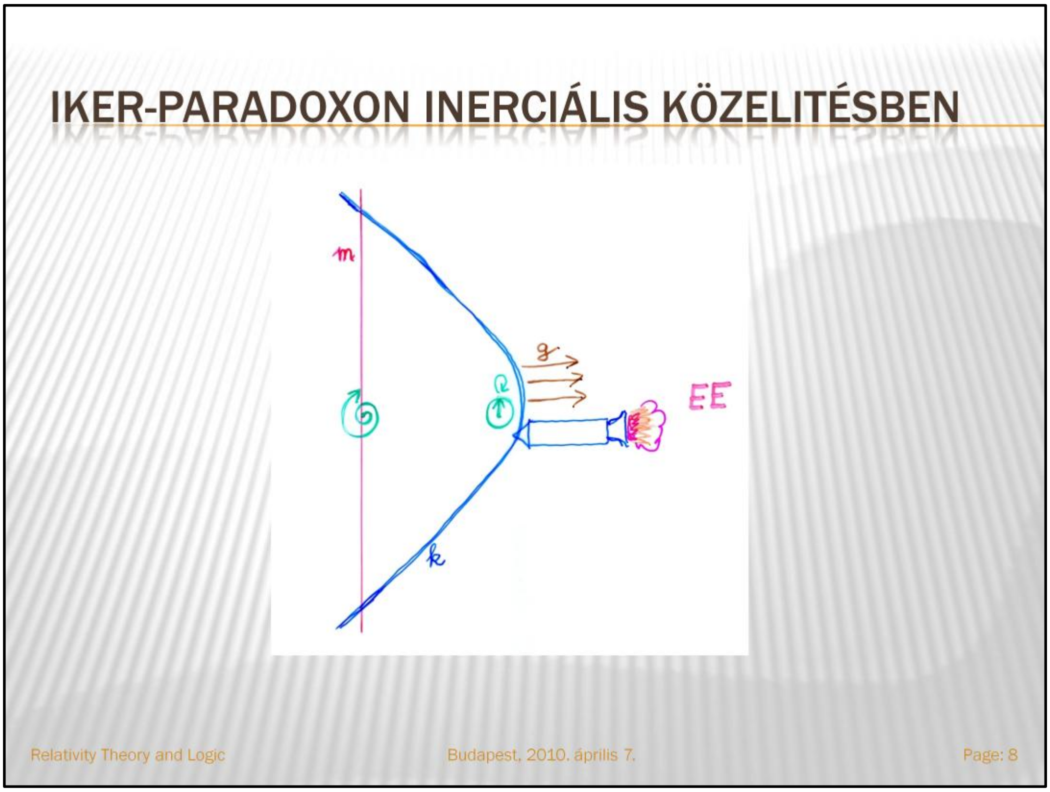
A gyorsulást lehet mérni az elengedett (elejtett) almák gyorsulásával. De főleg, a gyorsulás ténye kisérletileg ellenőrizhető, „abszolút”.



Ugyanaz mint előbb, csak most először 3, aztán 5 inerciális megfigyelővel közelitjük a k életútját.



Ez egy lehetséges kisimitás, a hozzátartozó szöveg megtalálható [AMN02] –ben a 139-150 oldalakon (2.8.4 fejezet). Az egyre finomabb SpecRel approximációk limesze.



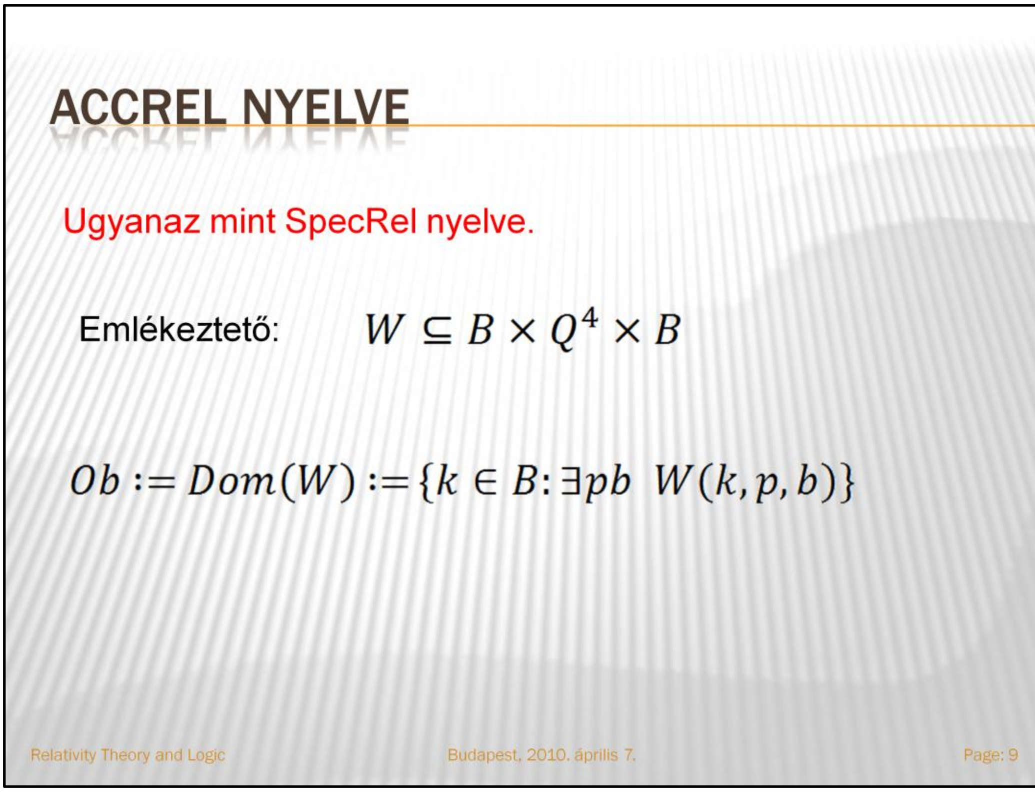
Összefoglalva: amikor k űrhajója megfordul, gravitációt érez a hajtóművek bekapcsolása miatt. Emiatt a gravitáció miatt az almái „leesnek”, és ebből k tudja, hogy mivel gyorsulásnak van kitéve, az órái lelassulnak. Ugyanakkor látja, hogy m nem gyorsul (nem érez/mér gravitációt), tehát m órái nem lassulnak le, tehát m órája többet fog mutatni találkozáskor mint az övé (k-é).

Einstein Ekvivalencia Elve azt mondja, hogy a gyorsulás okozta „mesterséges” gravitáció ugyanolyan mint az „igazi”, tehát k nem tud különbséget tenni aközött, hogy az almái a hajtómű bekapcsolása miatt esnek le, vagy pedig mert egy nagy tömeg vonzza az almákat („igazi” gravitáció). Az Ekvivalencia Elvből akkor az kell következzen, hogy gravitációs erőtér hatására, pl nagy tömeg közelében az órák lelassulnak. Pl fekete lyuk „megbolondithatja” az órákat. Ez az ekvivalencia elv (EEP) a gravitáció modern elméletének (GR) egyik alapköve.

A GenRel nevű axiómarendszerben majd nem teszünk különbséget az inerciális és a gyorsuló megfigyelők között, ugyanazok az axiómák vonatkoznak majd rájuk. Az, hogy hogyan járnak a megfigyelők órái attól fog majd függeni, hogy az almáik hogyan esnek le (gravitációs óralassulás).

Majd látni fogjuk, hogy a gravitáció elméletében (GR) a gravitációnak hasonló mellékhatásai lesznek, mint a paradigmatikus effektusok (melyeket már tanultunk) melyek a mozgásnak (sebességnek) a mellékhatásai SpecRel-ben. A gravitációs effektusoknál látni fogjuk, hogy a gravitációs tér megbolonditja az órákat (analógia az óralassulás tétellel) és a gravitációs tér hatására megrövidülnek a grav tér irányába eső méterrudak.

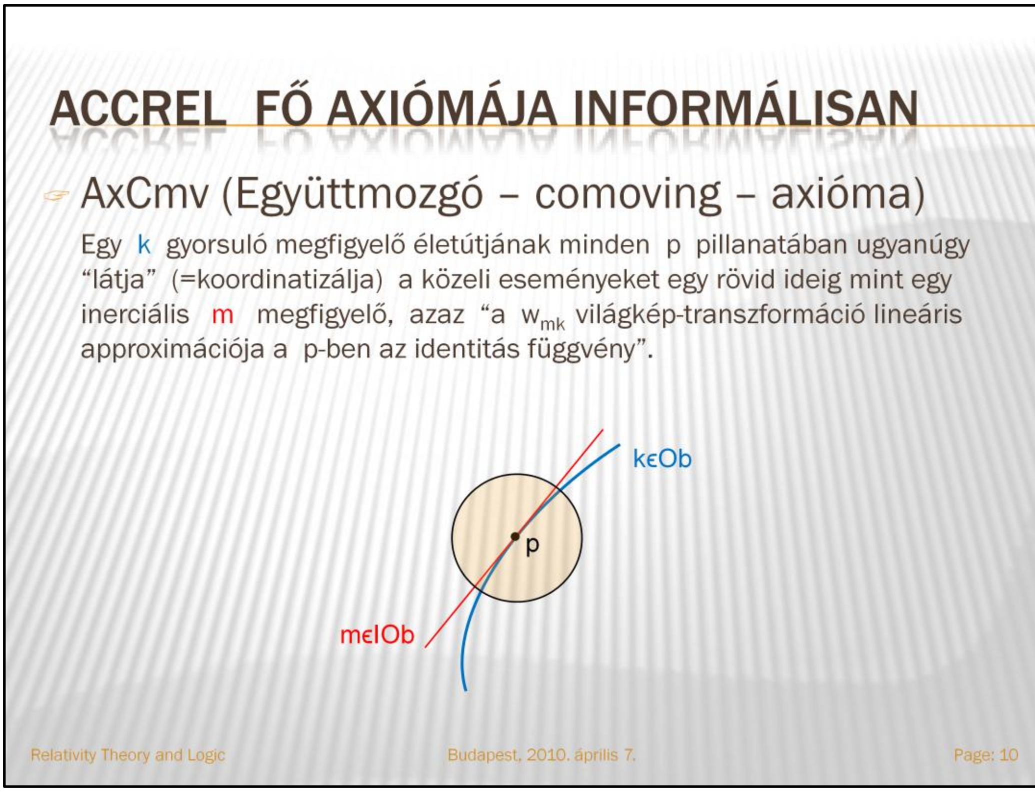
Ezek a gravitációs effektusok bár analógok a SpecRel-beli parad effektusokkal, csak gravitáció hatására lépnek fel.



Ennyi motiváció után rátérünk a gyorsuló megfigyelők AccRel nevű elméletének definiálására. AccRel-ben ki lehet „simitani” az ugrásokat, nem kell végtelen nagy gyorsulást érezni az ugráskor, a megfigyelők életútja lehet szép sima görbe véges gyorsulással.

Nézzük, mi lesz az AccRel FOL-elmélet logikai nyelve a formális logikai szinten:

Azért, hogy ne kelljen új relációjelet hozzávenni a SpecRel nyelvéhez, úgy definiáljuk a megfigyelőket mint azon bodik, akik valahol valamit „látnak” (koordinátáznak). Az inerciális megfigyelők a SpecRel elméletben mind megfigyelők az új definició szerint, azaz $IOb \subseteq Ob$. Az olyan megfigyelőket, akik nem feltétlenül inerciálisak (tehát az összeset) egységesen „gyorsuló megfigyelőknek” is hivjuk.



Mindjárt majd formálisan is felirjuk ezt az axiómát. Meg kell mondani, hogy mi a világképtrafo és mi a lineáris approximáció.

Key axiom of AccRel. Ties the behavior of accelerated observers to those of inertial ones.

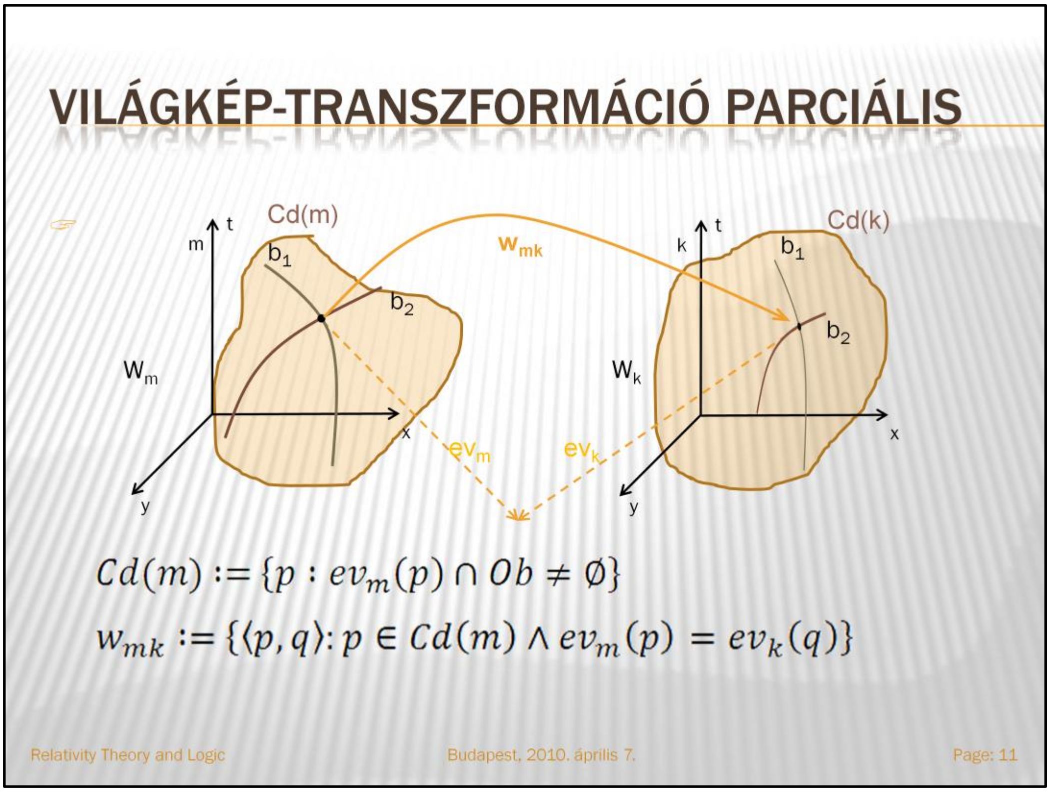
Says that not only their lifelines agree for an infinitely short while but also their worldviews agree for that infinitely short time. I.e., their worldviews are also tangent.

Worldline of k is curved. m is tangent inertial observer, m and k move together at p.

Not only their lifelines are the same but their worldviews are the same for an infinitely short time.

Dropped spacepod, switched-off engine.

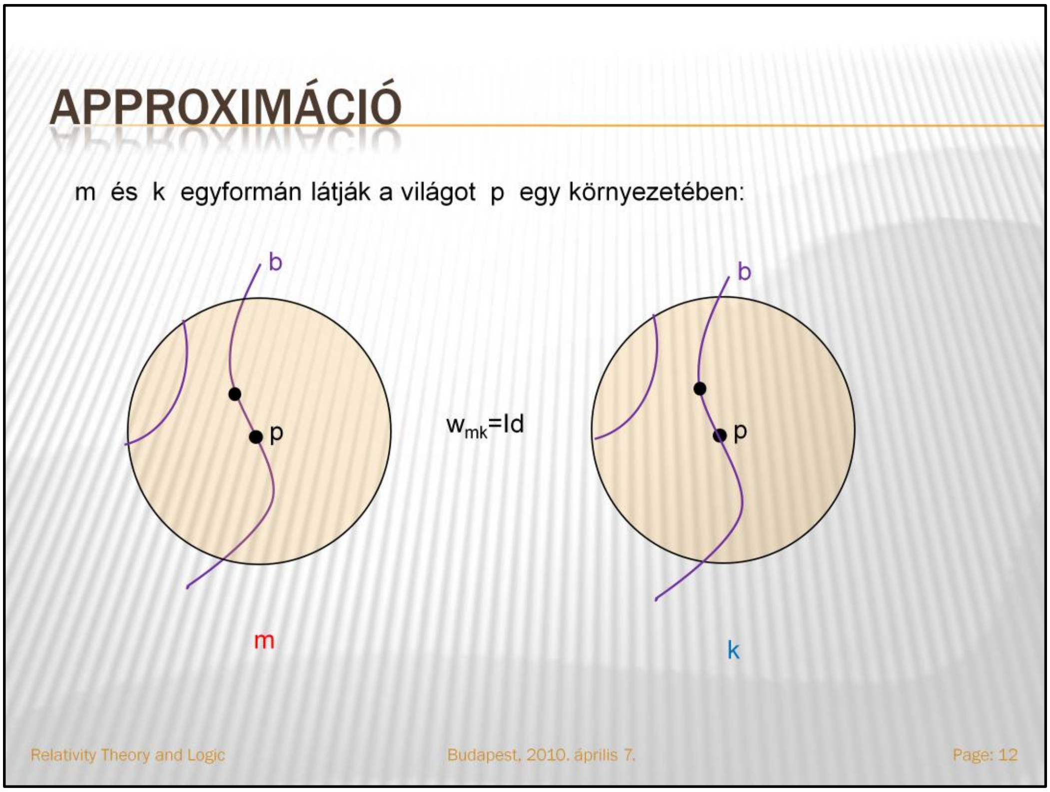
Thought experiment. Error of approximation.



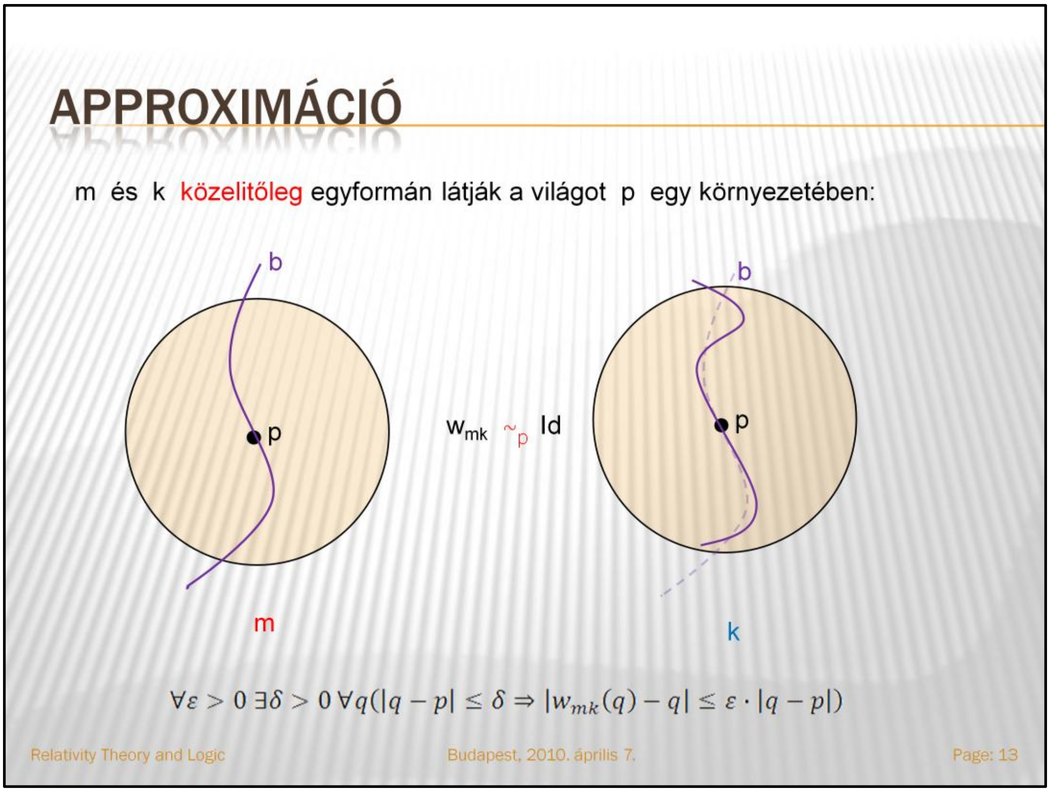
Az előző oldalon beszéltünk a világképtraforól ahol az egyik megfigyelő gyorsuló volt. Tehát definiálni kell a világképtrafo-t tetszőleges megfigyelők között. Röviden: ugyanaz a definició mint inerciális megfigyelők között volt.

Itt m,k tetszőleges megfigyelők, nem feltétlenül inerciálisak. A nem-inerciális (azaz gyorsuló) megfigyelőkre nem fogjuk kérni, hogy minden pontban lássanak fotont vagy valami más bodit. Hogy ne sokat kelljen bibelődjünk az üres vagy nem-megfigyelt eseményekkel, csak azokat az eseményeket jegyezzük Cd(m)-ben, amiben előfordul egy megfigyelő. A világképtrafo parciális lesz, de még mindig függvény (azaz trafo) az AccRel axiómarendszerben.

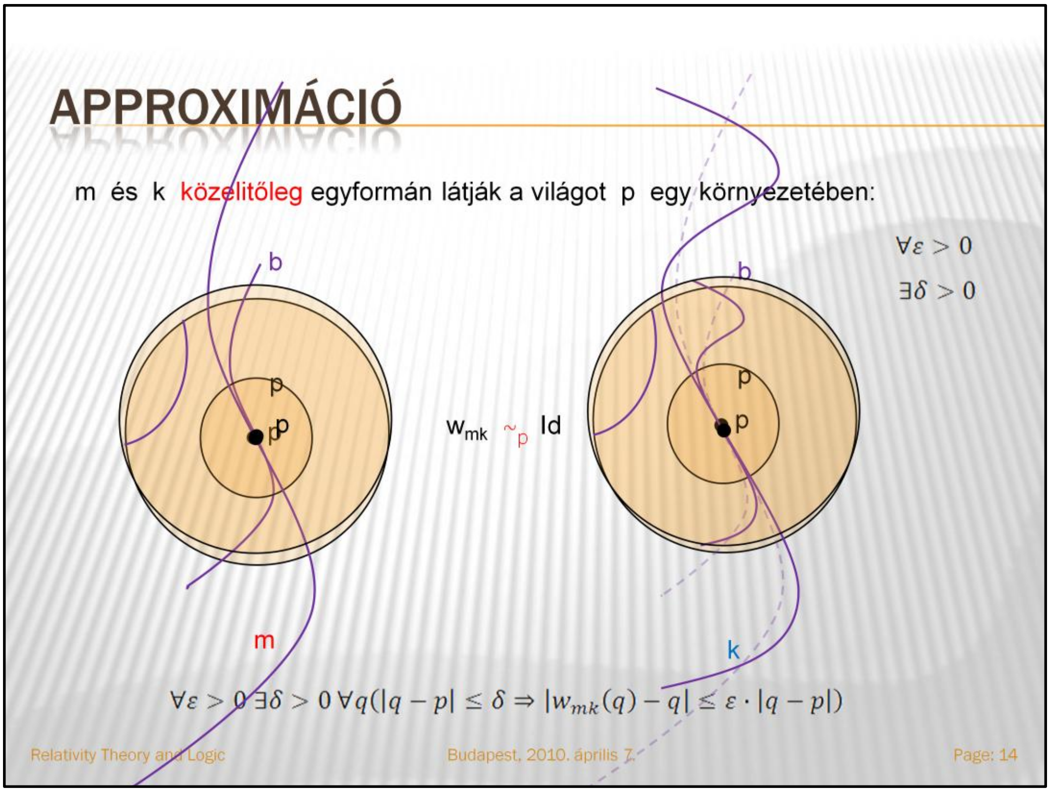
Cd(m) koordináta-tartomány, coordinate-domain. $w_{mk} = ev_m \circ ev_k^{-1}$, w_{mk} partial function between coordinate domains.



Azt, hogy m és k teljesen egyformának látják a világot p egy környezetében, az fejezi ki, hogy a w_{mk} világképtrafo ebben a környezetben az identitás függvény. Ekkor tetszőleges bodi életútját ugyanannak látja m és k . Sőt, az eseményeket is ugyanott látja m és k az életutakon.

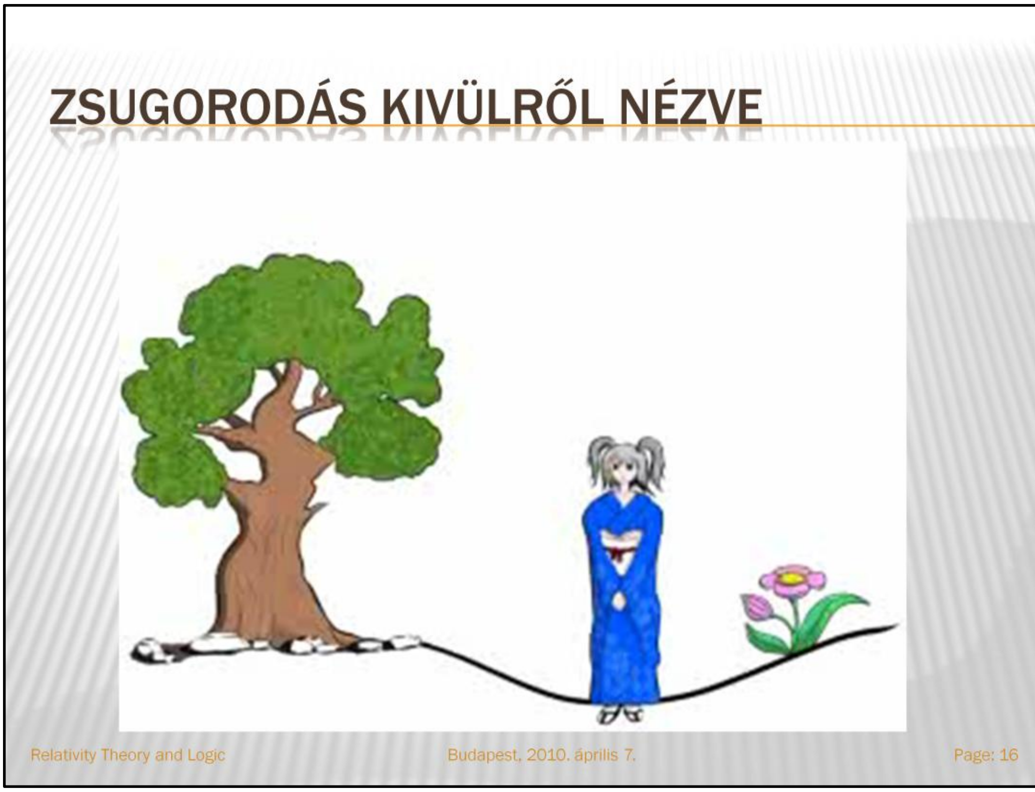


Azt, hogy m és k közelitőleg ugyanúgy látják a világot p egy környezetében, az fejezi ki, hogy a w_{mk} világképtrafot az identitás függvény közeliti itt az analizis megszokott értelmében. Ekkor a b életútját k másként látja mint m, de a p közelében majdnem megegyeznek, rásimul a k által látott életút az m által látottra. A p-n nem átmenő életutak majd kiesnek a képből.



Az analizisbeli approximáció azt mondja, hogy minden epszilon hibahatárhoz tudunk olyan delta környezetét találni p –nek, hogy itt a két világkép már epszilon hibahatárral megegyezik. Azt, hogy epszilon hibahatárral megegyezik a két világkép úgy kell érteni, hogy „kinagyitás után” is csak epszilon különbség van a két kép között (különben ha deltát kisebbnek választjuk epszilonnál, akkor mindig teljesül ez az állitás). Ez a kinagyitás azt jelenti, hogy mindig a delta környezetet vesszük az egység-környezetnek, ahhoz hasonlitunk/viszonyitunk.

Az analizis alapgondolatát szemléltethetjük a végtelenül zsugorodó emberkével. A cimet az Incredibly shrinking man cimű moziból és regényből vettük. Ez a motivum megtalálható sok más mellett Alice Csodaországban is, és Asimov Fantastic Voyage regényében is. (Google-ban találhatók még hasonló cimű mozik.)

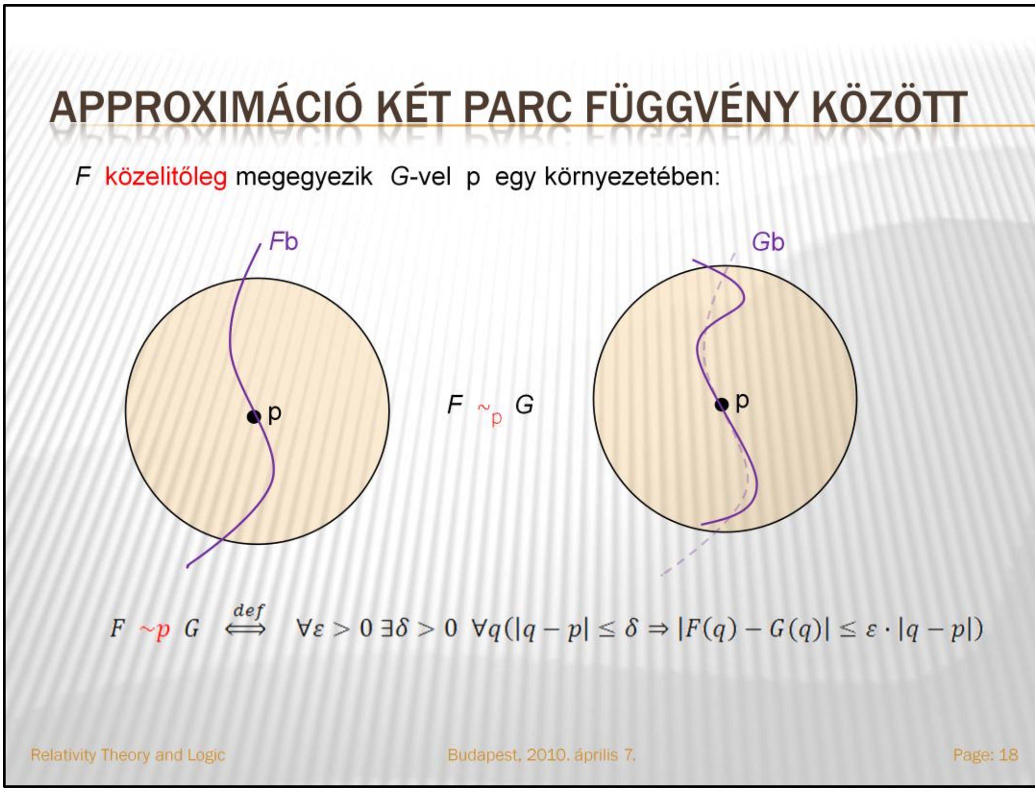


Az animációban láthatjuk, amint a kislány folyamatosan zsugorodik, hogy szemügyre vegye egyre pontosabban a rábizott pontot. Zsugorodás téridőben történik, tehát a szivverés egyre gyorsabb lesz (belső órája felgyorsul). Kislány a teret mindig a saját (kivülről láthatóan zsugorodó) karjával méri, az időt pedig (kivülről hallhatóan gyorsuló) szivverésével.

Az animációban láthatjuk a kislány szemszögéből nézve a világot. Ő marad amekkora, a szivverése ugyanolyan, de a külvilág egyre nagyobb lesz és a dolgok egyre lassabban történnek. Ha az egér mozogna, akkor egyre lassabban fordulna meg ahogyan egyre nagyobb. Ez attól van, hogy a |p-q| szorzót a téridőbeli koordinátákra alkalmazzuk, tehát az idő-koordinátákra is.

Mivel a nagyitást a téridőben csináljuk, a sebességek nem változnak csak a gyorsulás „eltűnik”. Egér mozgásának sebessége kislányhoz képest nem változik, de az egész mozgássorozat egyre lassabban történik, a mozgásbeli változások egyre lassabban jönnek. Röviden: sebesség nem, csak a gyorsulás tűnik el.

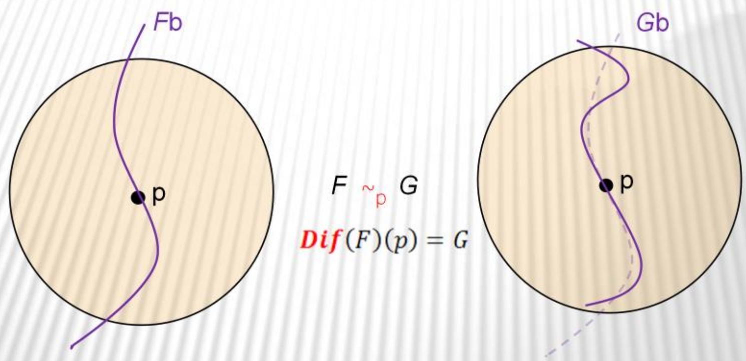
Gyakorlat: Az „elefánt lassabban mozog mint mi” állitást értelmezni. (Milyen értelemben igaz, miben nem. Pl gyorsan szalad de ritkábban lép… lassabban ver a szive.)



Az Együttmozgó Axiómában két speciális parciális függvény (sőt, az egyik binér reláció volt) között alkalmaztuk az analizisbeli közelités fogalmát. Itt van az általános definició (szükségünk lesz rá később.) Ha F közelitőleg megegyezik G –vel p-ben, akkor van p-nek környezete, ahol F is és G is értelmezve van (azaz totális függvény). Továbbá F(p)=G(p).

LINEÁRIS APPROXIMÁCIÓ

G lineáris approximációja F-nek p-ben ha G lineáris (affin) és:



$$F \sim_p G \overset{def}{\iff} \forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0\ \forall q(|q-p| \le \delta \Rightarrow |F(q)-G(q)| \le \varepsilon \cdot |q-p|)$$

$$\mathbf{Dif}(F)(p) = G \overset{def}{\iff} F \sim_p G \ \ \textit{és } G \textit{ lineáris (affin)}$$

Ha van lineáris approximáció, akkor csak egy van. Lineáris approximációt differenciálnak is hivják. F differenciálható a p pontban, ha van ott lineáris approximációja (és ez akkor a differenciálja a p pontban).

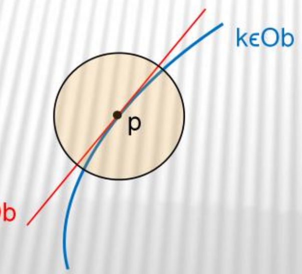
ACCREL FŐ AXIÓMÁJA FORMÁLISAN

- AxCmv formálisan:

$$\forall k \in Ob\, \forall p \in wline_k(k) \exists m \in IOb\; Dif(w_{mk})(p) = Id$$

ahol $\boldsymbol{Dif}(w_{mk})(p) = Id \overset{def}{\Longleftrightarrow}$

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists \delta > 0\, \forall q (|q - p| \leq \delta \Rightarrow |w_{mk}(q) - q| \leq \varepsilon \cdot |q - p|)$$



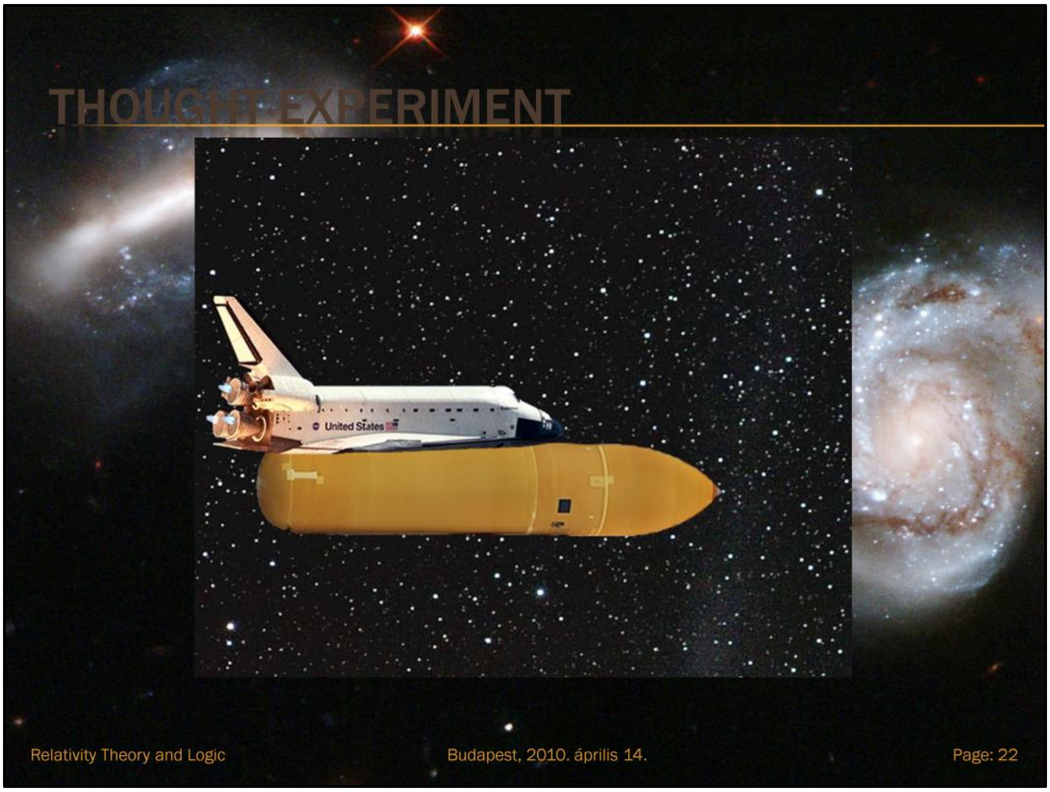
AxCmv azt mondja, hogy a zsugorodó emberke limeszben azt fogja látni, hogy SpecRel van. Igy tudjuk a gyorsuló világképét kötni a SpecRel-hez.

A w_{mk} csak binér relációként van definiálva. Logikában használatos szokás szerint ha leirjuk, hogy $w_{mk}(p)$, akkor feltesszük, hogy a p-ben függvény a w_{mk} (van egy és csak egy q, hogy (p,q) a w_{mk} –ben van). Pontosabban, pl. a $|w_{mk}(p)|<|p|$ állitás akkor igaz ha w_{mk} függvény a p –ben és $|q|<|p|$ arra az egyetlen q-ra amire $w_{mk}(p,q)$. Tehát pl. AxSelf és AxCmv-ból következik, hogy k életútja a saját világképében a t időtengely nyilt részhalmaza.

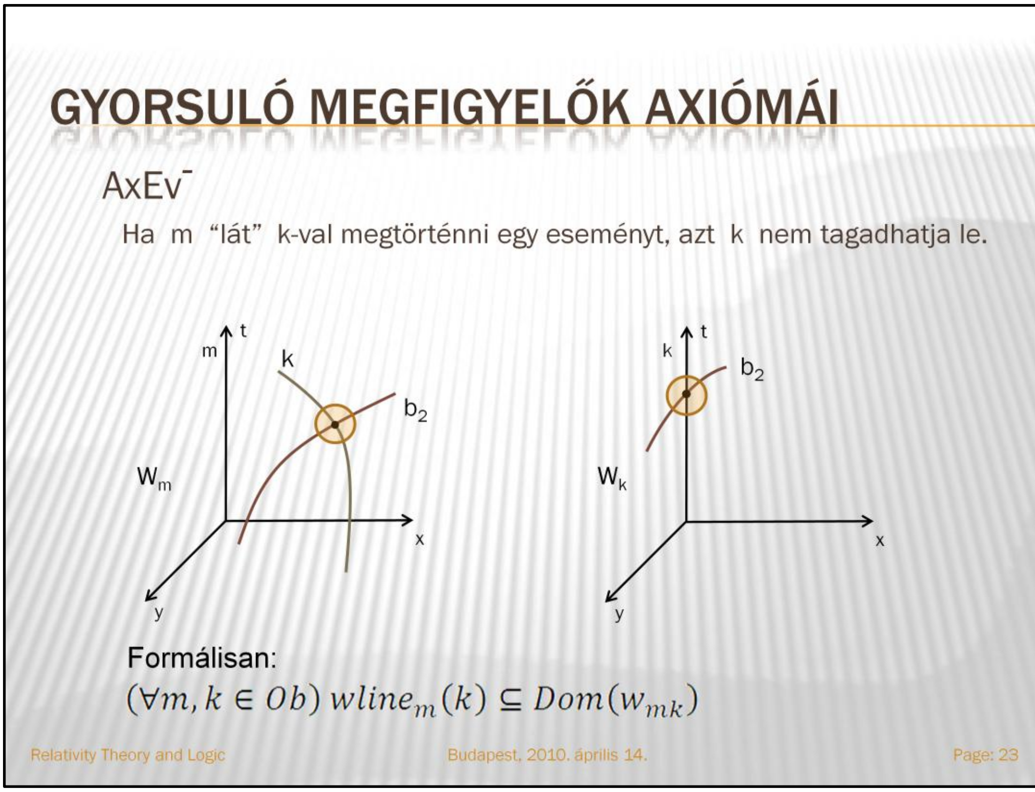
Ties the behavior of accelerated observers to those of inertial ones. Key axiom of AccRel. Says that not only their lifelines agree for an infinitely short while but also their worldviews agree for that infinitely short time. I.e. their worldviews are also tangent. Worldline of k is curved. m is tangent inertial observer, move together at p. Dropped spacepod, switched-off engine. Thought experiment. Error of approximation.

Miért mindent űrhajókkal illusztrálunk? A gravitációs effektusok csak akkor „láthatók, érezhetők”, ha tágabb perspektivában nézelődünk, a GR hiresen gyenge kölcsönhatás. Két kő, ami a kezünkben van, nem vonzza egymást észlelhetően. A gravitáció akkor „rúg labdába”, ha azt kérdezzük magunktól, hogy a Föld túloldalán levő emberek miért nem esnek le a Földről, vagy hogy miért kering a Föld a Nap körül, az égitestek miért úgy mozognak ahogy stb. Tehát ha tágabb perspektivában nézelődünk.

Leváló üzemanyagtartály inerciális együttmozgó a leválás pillanatában.



Kinagyitva a sebesség nem változik meg, csak a gyorsulás „tűnik el” (limeszben).

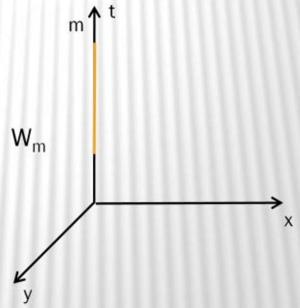


A többi axióma a SpecRel axiómáinak olyan változata, melyeket az összes gyorsuló megfigyelőre kötünk ki, persze ekkor gyengébb formában. (SpecRel csak inerciális megfigyelőkről szól.)

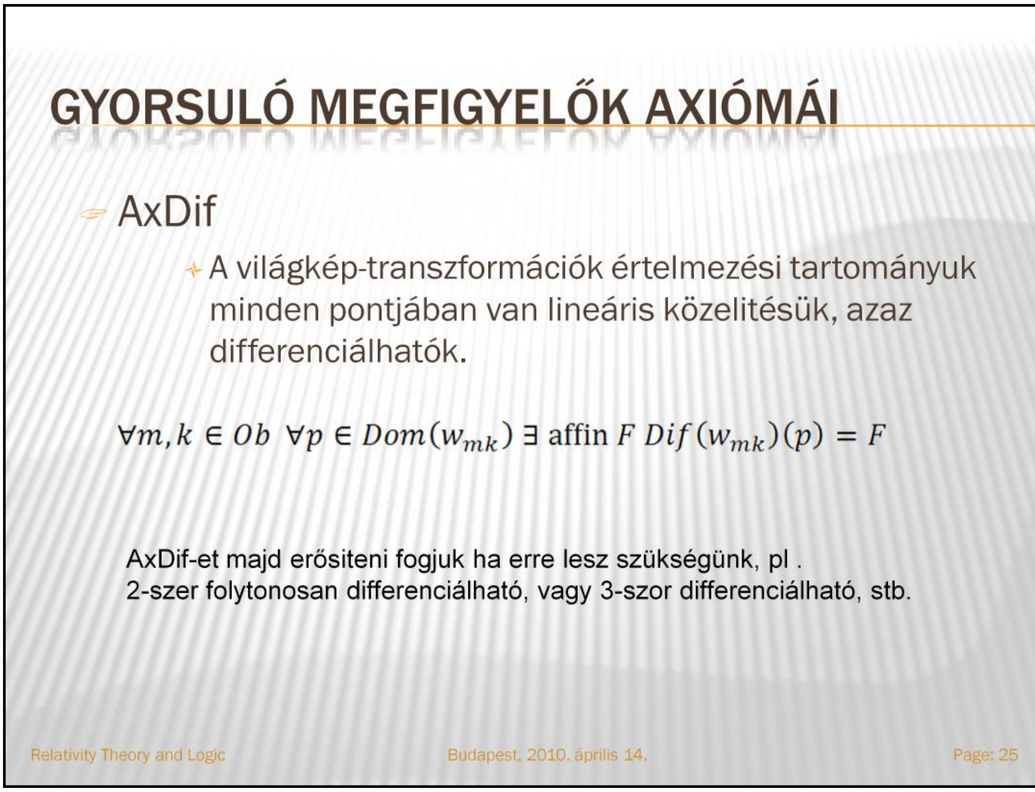
Az Esemény Axióma változata: Ha m úgy látja, hogy a cica és a kutya találkoznak, akkor azt k-nak nem muszáj látnia. Viszont, ha m úgy látja, hogy a cica és k találkoznak, azt k-nak látnia kell.

GYORSULÓ MEGFIGYELŐK AXIÓMÁI

- AxSelf $^{-}$
  - Megfigyelő életútja saját világképében az időtengely intervalluma.



Tehát megfigyelő sajátmagát az origóban állni látja, és ha látja magát két időpontban, akkor a köztes időpontokban is látja magát.



AxDif szerepe az, hogy kizár nagyon vad mozgásokat. Nevezetesen, a többi axiómával együtt biztositja, hogy a megfigyelők életútjai minden pontjában van sebességük (minden más megfigyelő világképében).

AxDif excludes crazy motion.

GYORSULÓ MEGFIGYELŐK AXIÓMÁI

- AxCont
  - A mennyiségek korlátos nemüres definiálható részhalmazainak van szuprémuma (legkisebb felső korlátja). Itt "definiálható" azt jelenti, hogy "definiálható az AccRel egy formulájával, paramétereket is szabad használni a definicióban".

AxSup_ψ jelöli azt a formulát, mely azt fejezi ki, hogy a ψ-vel definiált részhalmaza a mennyiségeknek ha nemüres és korlátos, akkor rendelkezik legkisebb felső korláttal. Formálisan

$$(\exists t\psi) \wedge \exists t' \forall t[\psi \to t < t']) \to$$
$$\exists t'(\forall t[\psi \to t < t'] \wedge \forall t''[\forall t(\psi \to t < t'') \to t'' \geq t']).$$

$\mathsf{AxCont} := \{\mathsf{AxSup}_\psi : \psi$ formula a nyelvünkön$\}$.

Relativity Theory and Logic   Budapest, 2010. április 14.   Page: 26

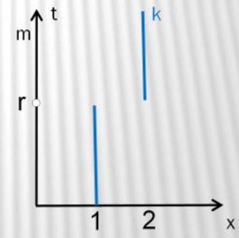
AxCont az AxDif megerősitése: ha a számegyenesben vannak „lukak", akkor még mindig lehetséges vad mozgás.
A folytonossági axiómaséma "mathematikai axióma", teljesen analóg Hilbert folytonossági axiómájával, amit a geometria axiomatizálásában használt. Pontosabban, AxCont ennek a Tarski féle változata. A valós számokat leirja izomorfia erejéig az a másodrendű formula, hogy minden nemüres korlátos részhalmazának van szuprémuma (ha ezt hozzáadjuk ahhoz, hogy gyökvonásos rendezett test). A Tarski féle változat a szuprémum létezését csak megfelelő definiálható részhalmazokra mondja ki. Azért ezt a változatot használjuk, hogy a FOL keretein belül maradjunk (és ne kelljen komoly halmazelméleti feltevésekkel éljünk).

A FOLYTONOSSÁGI (VAGY INDUKCIÓS) AXIÓMA

Példa:

Legyen Q a valós algebrai számok teste, és legyen r valós szám ami nem algebrai (pl. a pi).

Tegyük fel, hogy az m megfigyelő világképében a k megfigyelő életútja a következő: $\{ \langle t,1\rangle : t<r \} \cup \{ \langle t,2\rangle : t>r \}$.



Ekkor az r-nél kisebb mennyiségek halmazát lehet definiálni a következőképpen: $\{ t \in Q : t<r \} = \{ t \in Q : \langle t,1\rangle \in wline_m(k) \}$.

Itt m és k paraméter. Tehát a modellben nem igaz AxCont, mert ennek a halmaznak nincs szuprémuma.

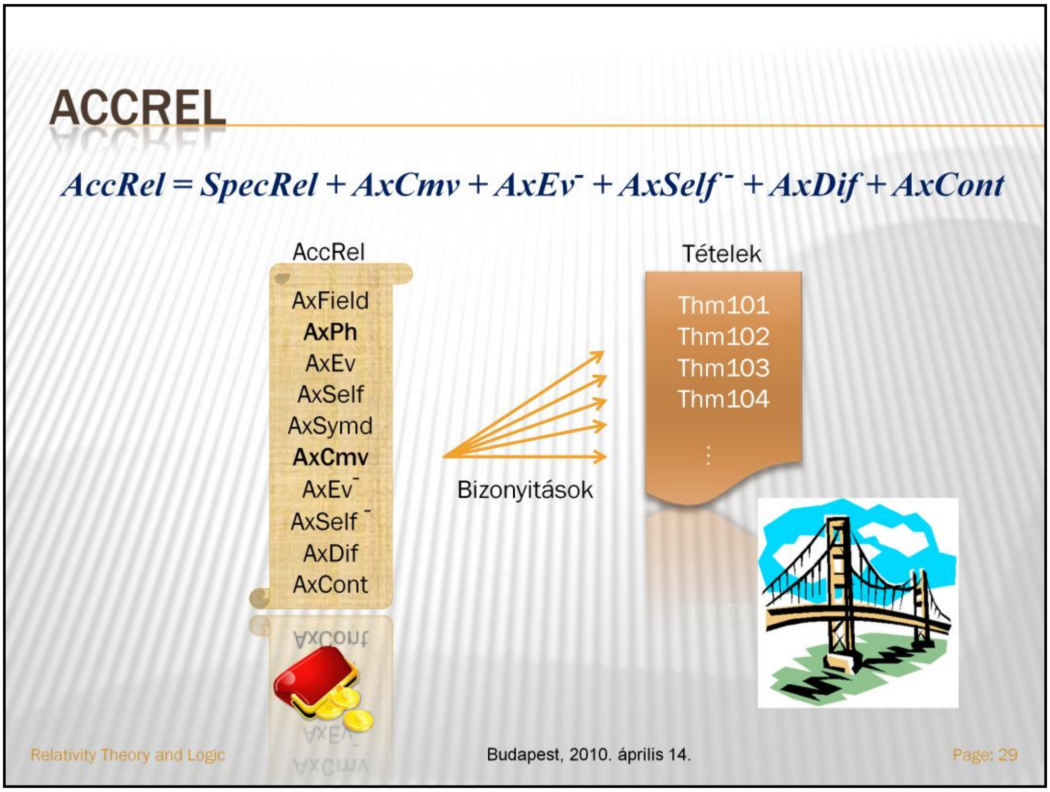
Azért jó a példában, hogy az r számnak léteznie kell, mert amiatt számot kell tudnunk adni arról, hogy hogyan történt, hogy k az r pillanatban az 1 helyről átugrott a 2 helyre. Ha az r nem létezik, akkor nincs „ugrási aktus”, nem kell megmagyarázni tudni, hogy hogyan történt az 1-ről a 2-re jutás.
Kvantum-tunelling (alagút-effektus) mint ellenpélda.

AXCONT MINT INDUKCIÓ

AxCont-ot indukcióként is lehet használni (látni fogunk példát rá).

Analizist elég kényelmesen lehet AxCont-al csinálni.

AxCont másik következménye: a mennyiségek testét nem lehet megkülönböztetni a valós számok testétől FOL formulával. (Tarski kvantorelimináció.) Tehát pontosan ennyit teszünk fel a mennyiségekről. AxCont-ot úgy is fel lehet fogni, mint az AxField erősitését.



10 axioms

The explicite introduction and development of AccRel as a theory in its own right is a contribution of our group.

It has many purposes and uses.

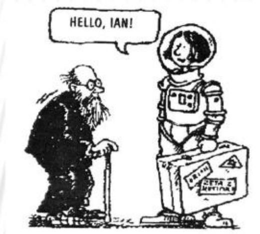
1. Smooth transition to GR
2. Checking which predictions of GR are already provable for AccRel (there are many such)
3. About the non-existent theory of quantum-gravity QG we mention that people trying to approximate QG tacitly use a combination of AccRel and QM. The reason for this is that SpecRel can be combined with QM and AccRel is a mild enough (or tame enough) extension of SpecRel.

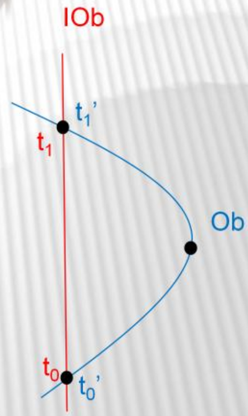
ACCREL-BŐL IKER PARADOXON

- Thm101

  $AccRel \vdash$ "*twin paradox*"

  $AccRel - AxCont \nvdash$ "*twin paradox*"





$AccRel \vdash (\forall m \in IOb)(\forall k \in Ob)$

$$k \in ev_m(t_0,\bar{0}) = ev_k(t_0',\bar{0}) \neq ev_k(t_1',\bar{0}) = ev_m(t_1,\bar{0}) \ni k$$
$$\wedge (\exists t_0 < t < t_1)\, k \notin ev_m(t,\bar{0})$$
$$\rightarrow |t_1 - t_0| > |t_1' - t_0'|$$

Ha nem kötjük ki, hogy van esemény a két találkozás között, ahol m és k nincs együtt, akkor csak annyit tudunk bizonyitani, hogy nagyobb-egyenlő a mért idő. Továbbá, egyenlő pontosan akkor ha nincs esemény a két találkozás között, ahol m és k nincs együtt.

ÉLETÚT MINT GÖRBE

- Definició $wl_m^m(k) \stackrel{\text{def}}{=} \{\langle p_t, p\rangle : p \in wline_m(k)\}$
- Lemma 102 Legyen $m \in IOb$ és $k \in Ob$. Akkor

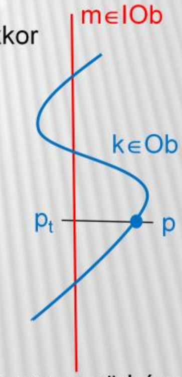
  $wl_m^m(k) : Q \overset{\circ}{\rightarrow} Q$ parciális injektiv függvény

  intervallum értelmezési taltománnyal.

  Minden pontban differenciálható és

  vagy minden pontban előrefelé telik az idő rajta

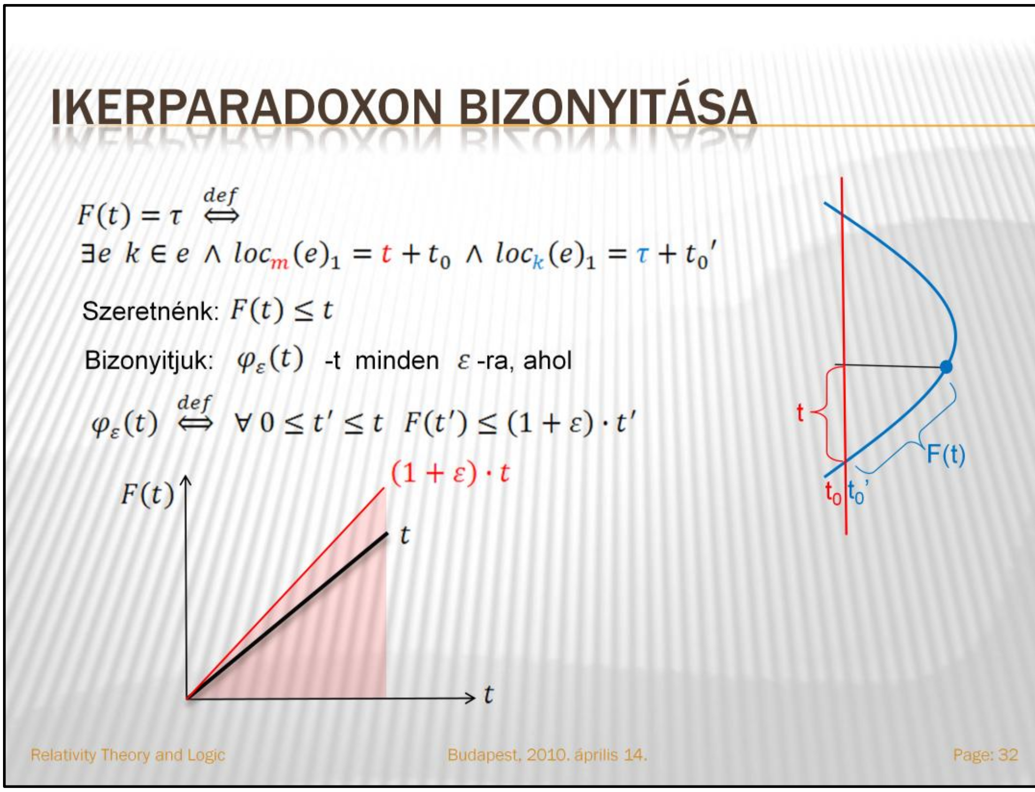
  vagy pedig minden pontban hátrafelé telik az idő rajta.



  Az összes k -val valahol megtörtént esemény fel van fűzve erre a görbére.

  Bizonyitásról kicsit később.

A wline$_m$(k) életút koordinátapontok halmaza. A most definiált wl$_m^m$(k) ennek a részhalmaznak az m által mért idővel való paraméterezése. Alkalmas axiómák mellett függvény (görbe). Az életutat a k által mért idővel is lehet paraméterezni, akkor kapjuk majd a wl$_m^k$(k) görbét.



Először csak a nagyobb-egyenlő időt bizonyitjuk. Indukcióval szeretnénk bizonyitani, hogy minden időpillanatban m több időt mér az indulástól a k életútján levő e eseményekre mint a k. Definiáljuk az F függvényt a következőképpen. Tehát F(t) idő telt el k óráján az indulástól addig az eseményig, amit m t idő múlva lát k-val történni. Azt akarjuk bizonyitani, hogy F(t)≤t. Indukcióval, azaz AxCont –al fogunk bizonyitani, és hogy az indukciós lépés menjen, kicsit erősebb állitást bizonyitunk.

IKERPARADOXON BIZONYITÁSI TERVE

$H \overset{\text{def}}{=} \{t\ :0 \leq t \leq T\ \wedge\ \varphi_\varepsilon(t)\}$, ahol $T = t_2 - t_1$

$H \neq \emptyset$ és korlátos. AxCont miatt akkor van s szuprémuma.

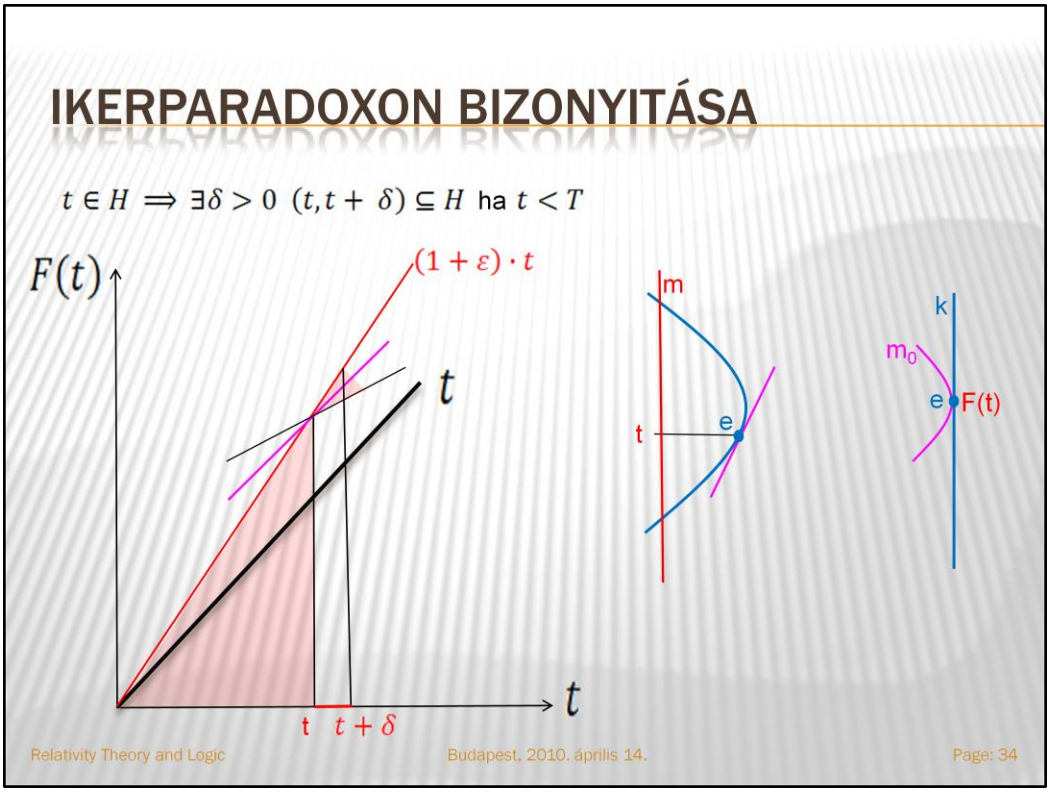
Belátjuk, hogy

$t \in H \implies \exists\delta > 0\ (t, t+\delta) \subseteq H$ ha $t < T$

$t \notin H \implies \exists\delta > 0\ (t-\delta, t) \subseteq -H$

Akkor s $= T \in H$.

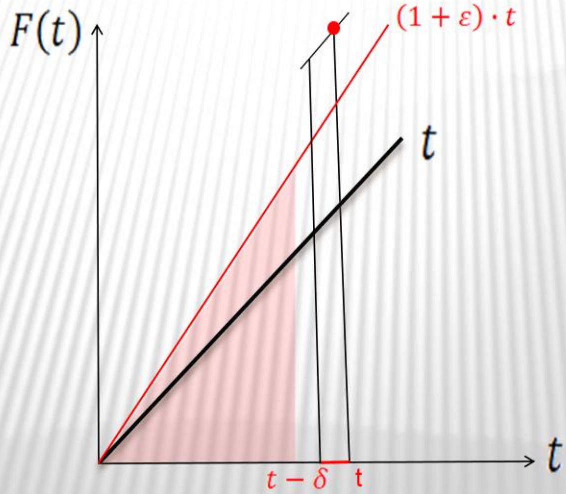
Tehát $H = [0, T]$ és készen vagyunk.



AxCmv miatt miatt m_0 –nak e-ben ugyanúgy telik az ideje mint k-nak. SpecRel-beli óralassulás tétel miatt m_0-nak lassabban telik az ideje mint m-nek.

IKERPARADOXON BIZONYITÁSA

$t \notin H \implies \exists\delta > 0 \ (t - \delta, t) \subseteq -H$



IKERPARADOXON

- Részletes bizonyitás:
- Found. Phys. 2006, Madarász, J. X., Németi, I., Székely, G.
- Székely Gergely Disszertációja.

Tetszőlegesen kevés időt lehet „mérni” két időszerűen szeparált esemény között, de nem lehet tetszőlegesen sokat. Az inerciális megfigyelő méri a legtöbbet.

A bizonyitás megtalálható: [MNSz06], [Sz09]-ben.

By „clock” we mean natural processes. Einstein’s light-clock.

This is sharply different from SR’s time dilation

Being accelerated is not relative it is „absolute”

GTD will lead up to BH’s

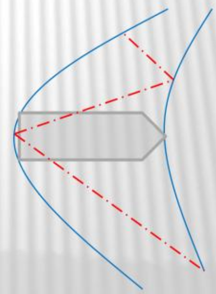
GRAVITÁCIÓS ÓRALASSULÁS

- Thm102

  AccRel $\vdash$ *"gravitation causes slow time"*

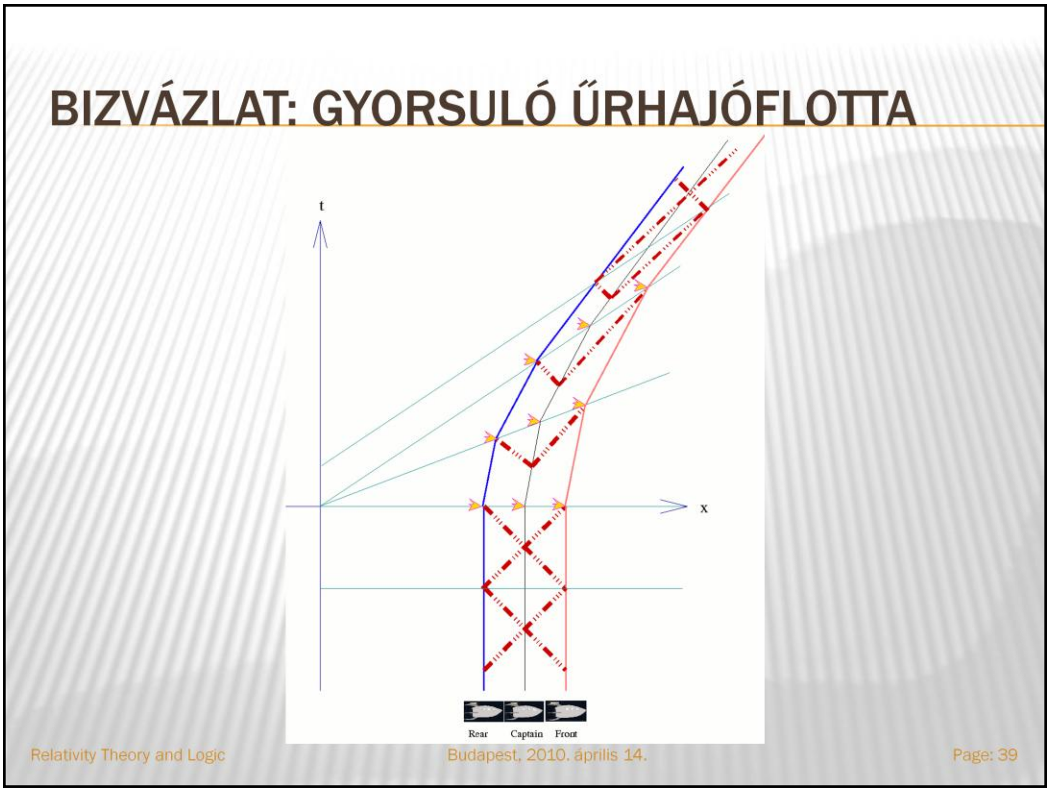
  - Azaz, tfh a gyorsuló űrhajó orra és feneke közti radar távolság állandó. Akkor az űrhajó fenekében az órák lassabban járnak mint az űrhajó orrán levő órák. Ezt igy látja az orr is és a fenék is (radarral figyelve egymást).

Preciz FOL kimondás és bizonyitás Székely Gergely Disszertációjában. Cikk: Logic for XXIth Century. 2007, Madarász, J. X., Németi, I., Székely, G

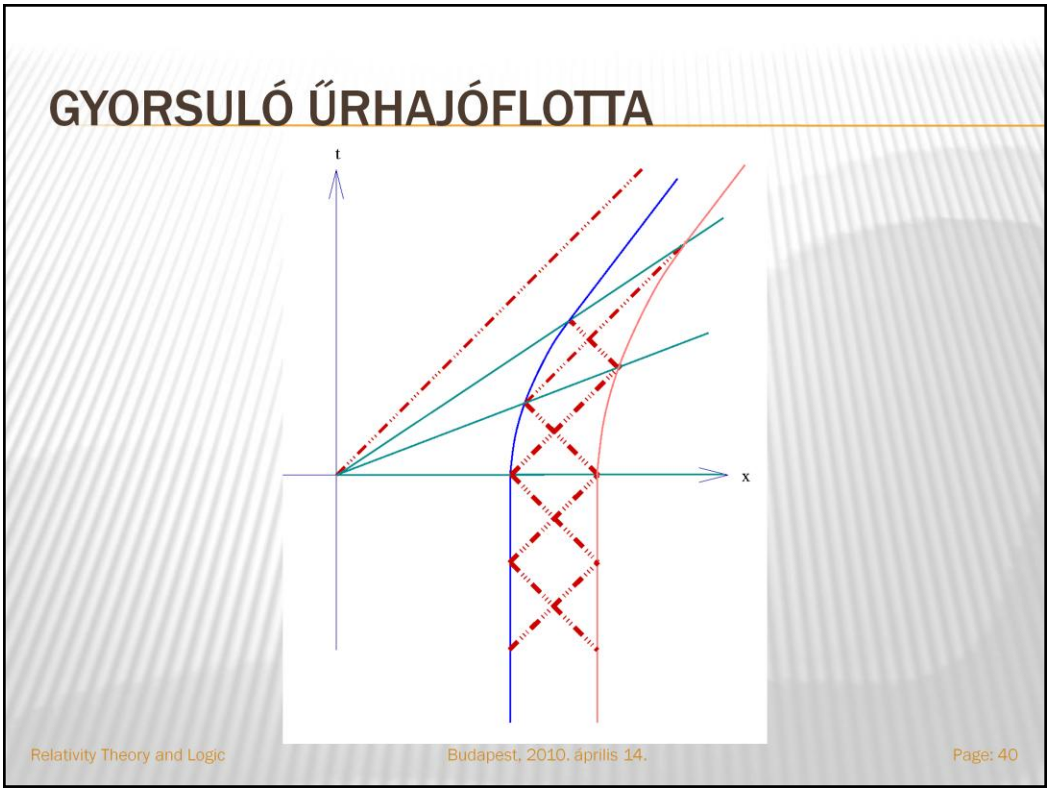


Relativity Theory and Logic Budapest, 2010. április 14. Page: 38

Kimondás és bizonyitás megtalálható: [MNSz07], [Sz09]-ben.

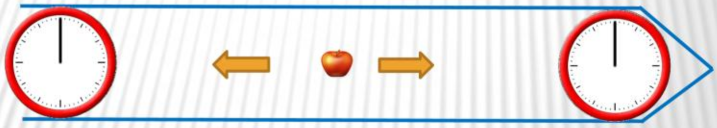


Proofidea: This is the worldview of an inertial observer. In the lower part of the spacetime diagram we see the spaceship from our first proof, motionless, captain sending out his synchronizing signals.
Since we know that this ship will accelerate, we broke it up into 3 independent ships, one ship for the captain in the middle, one for nose, and one for rear. So we have this fleet of ships. (This is how extended bodies are treated in relativity theory.)
At one point, the fleet gets the order to move to Vega, so the fleet has to accelerate. The utmost concern of the captain is to keep his fleet together, he wants to maintain constant radar-distance between members of his fleet. He uses his synchronizing signals for this purpose.
He sends out his synchronizing signals at regular intervals as until now, but now with each signal he sends an order to rear and nose to make one boost of acceleration. In captains worldview then rear and nose always make their boosts at the same time.
Since the fleet is now moving in the original inertial worldview, the respective boosts of rear and nose are not happening at the same time in this inertial worldview. Moreover, the line connecting the corresponding boosts of rear and nose get more and more tilted between two consecutive boosts. Between two such boosts rear and nose are moving with the same speed, so by the tilting, more time passes between two consecutive boosts at nose than at rear.
Thus in captains worldview, the boosts happen always at the same time, but between two consecutive boosts rear reports always less time happening than nose. Natural interpretation of this is that time runs faster at nose than at rear.
This gravitational time-dilation is the effect of acceleration, changing speed. As soon as acceleration stops, the two clocks begin to tick with the same rate again.
This proof relied on relativity of simultaneity only, relativistic time dilation and length contraction played no role in the proof.
Real proof from AccRel is the same, but „smoothing things out”.
Corollary: From behaviour of clocks we know how dropped apples will move.



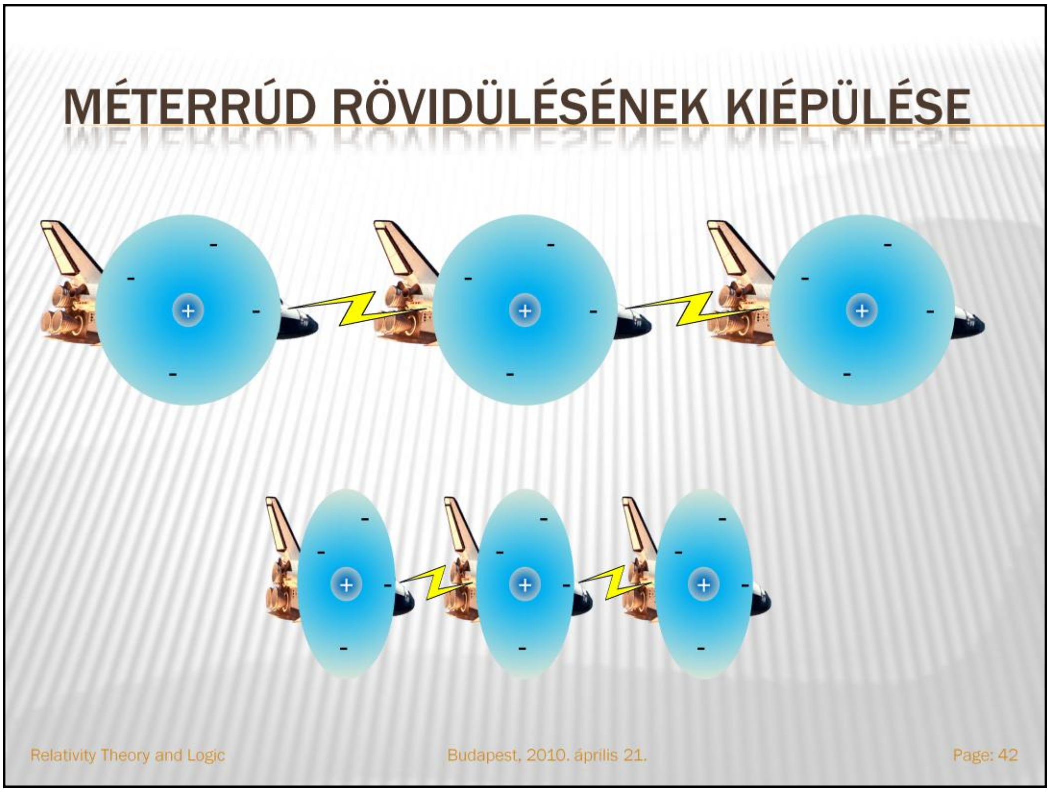
Smoothed out version

GYORSULÓ ŰRHAJÓ BELÜLRŐL



Lefüggönyözött gyorsuló űrhajóban órák járásából ki lehet találni, hogy merre fognak esni az almák.

Áltrel téridőkben csak azt mondjuk meg, hogy az egyes téridőpontokban hogyan járnak az órák (metrikus tenzormező).



A fizikai tulajdonságok kialakulásában résztvevő összes jelenleg ismert alapfolyamatok terjedési sebessége a fénysebesség. Például az atomok közti kommunikáció, az elektromágneses kölcsönhatások is fénysebességgel terjednek.

A kisérletező ugyanazokat fogja tapasztalni a gyorsuló űrhajóban mint a Föld felszinén nyugvó űrhajóban (toronyban).

Az elsőben az almák a gyorsulás miatt esnek le, a másodikban a gravitáció miatt.

Bizonyitottuk, hogy az órák lassabban járnak a gyorsuló űrhajó fenekén mint az orrán, igy az Ekvivalencia Elv miatt az órák lassabban járnak a torony alján mint a tetején. Ezt valóban ki is mérték.

A gravitációs óralassulás (Gravitational Time Dilation, GTD) már a mindennapjainkban is jelen van!!!

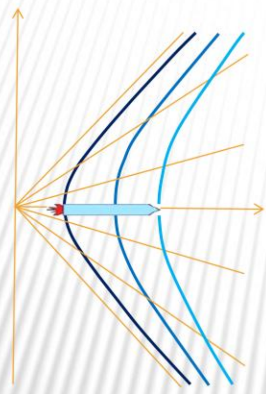
GPS (Global Positioning System): műhold radar-jelekkel észleli az autót, és a radarjelek visszaérkezési idejéből kiszámitja, hogy tőle az autó milyen messze van. Ha legalább 3 műhold látja az autót, akkor a tőlük való távolságokból meg lehet határozni az autó helyzetét. Abban, hogy a műhold jól mondja meg, hogy az autó milyen messze van tőle, nagyon fontos tehát, hogy hogyan jár a műhold órája.

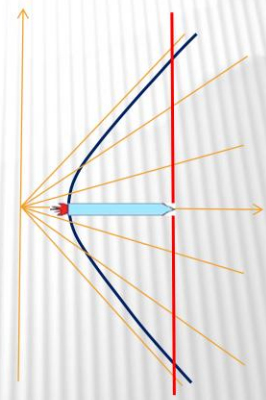
7 μs késés naponta a műhold Föld felszinéhez viszonyitott sebessége miatt (kb. 4 km/s), SpecRel óralassulási tétele.

45 μs sietés naponta a gravitációs óralassulás miatt (a Földön levő órákhoz képesti sietés).

Összesen 38 μs sietés naponta, ami kb naponta 10 km hibát jelentene ha nem vennék figyelembe ezeket a relativisztikus hatásokat.

FLEXIBILIS FLOTTA 1





Egyenletesen gyorsuló merev flotta

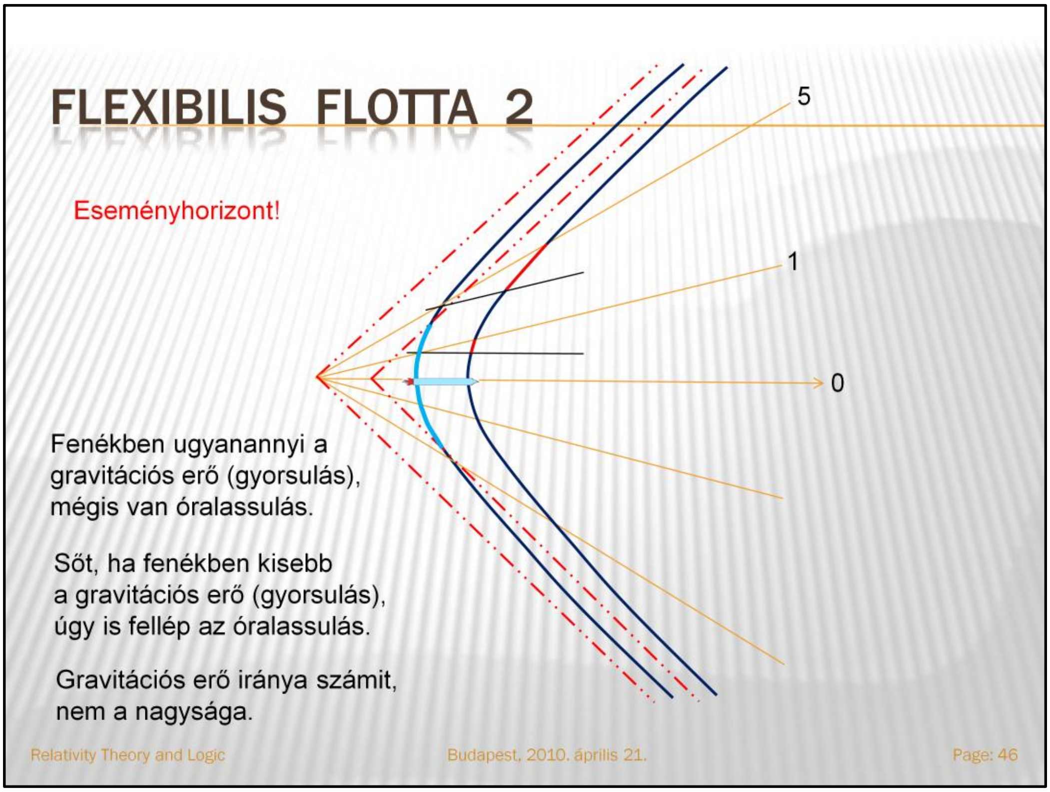
Belső hossz nem változik

Radar távolság konstans

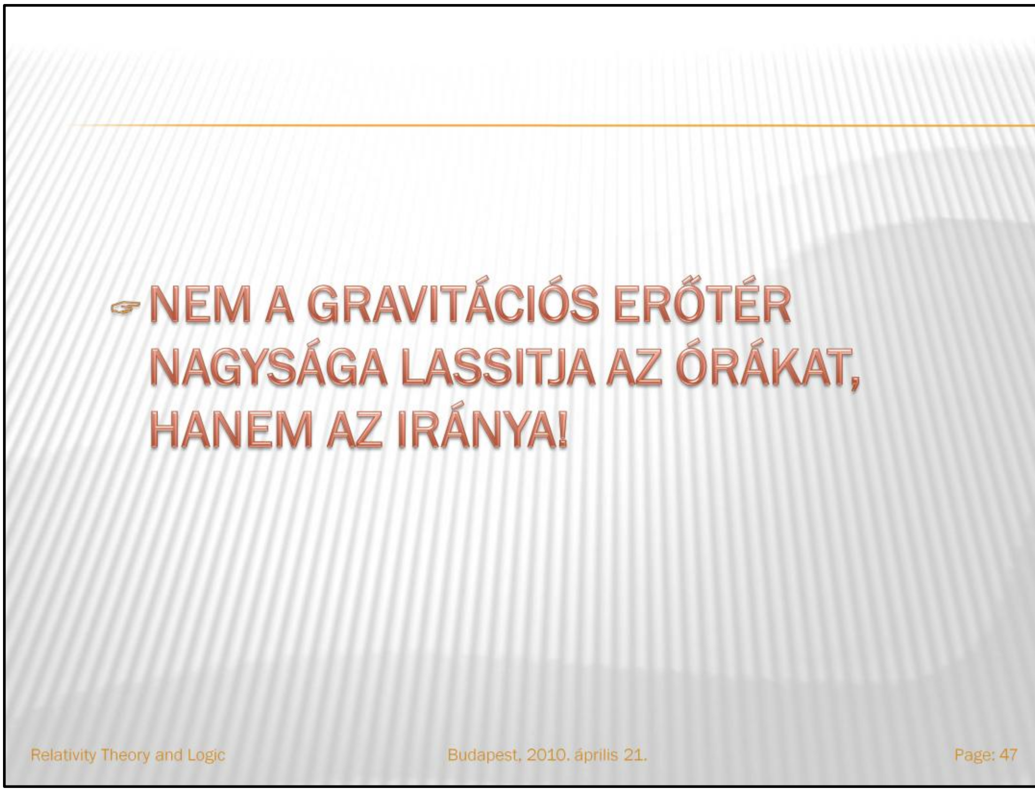
Ikerparadoxon ikrei mint flotta

Nyúlik majd zsugorodik belülről

Liftezés toronyban

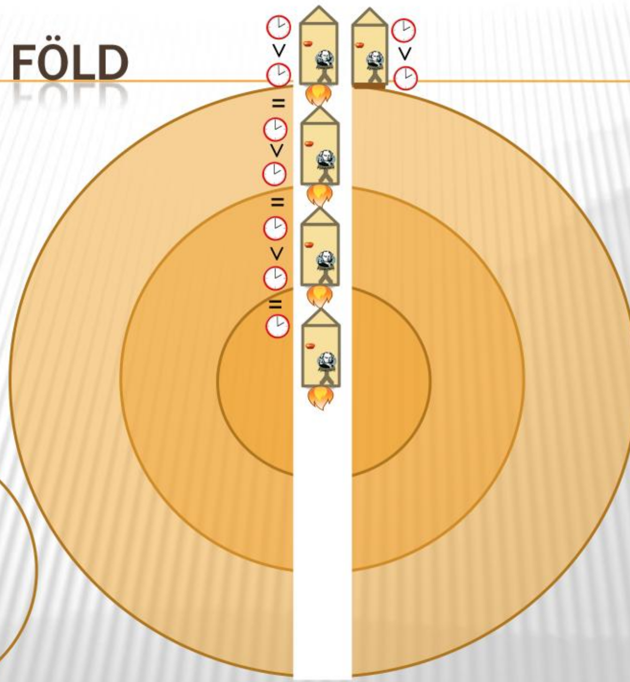


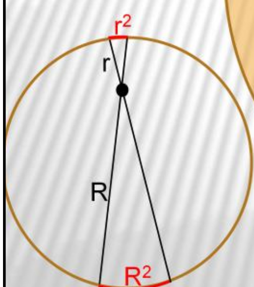
Ugyanolyan az orr életútja mint a fenéké, ugyanaz a görbe eltolva. A fenékből az orr óráját figyelő kapitány azt fogja látni ekkor is, hogy az orr órája siet az övéhez képest (a szimultanitások felcsapódása miatt itt is).



A gravitáció iránya ellenkező irányú, mint amerre az almák esnek. Almák „menekülnek" a gyors óráktól.

KIFÚRT FÖLD





FEKETE LYUKAK ELMÉLETE FELÉ

Motiváció: Ekvivalencia Elv miatt „gravitáció=gyorsulás".

Időben nem változó gravitációt vizsgálunk először.

Tehát szeretnénk állandó gyorsulású megfigyelőt.

Ki szerint állandó a gyorsulás? Ki méri?

Minden pillanatban az éppen együttmozgó inerciális megfigyelő.

Definició. Legyen k gyorsuló megfigyelő és e esemény amiben k részt vesz. Akkor k belső gyorsulása az e eseményben az a gyorsulás, amit az e-ben k-val együttmozgó inerciális megfigyelő mér k gyorsulásának az e eseményben. Azt mondjuk, hogy k állandó gyorsulású megfigyelő, ha életútjának minden eseményében ugyanaz a belső gyorsulása.

Mostantól egy ideig csak az egy egyenesen mozgó nem-forgó koordinátarendszerű gyorsuló megfigyelőket nézzük (hogy a forgás hatásával ne kelljen számolni). A fekete lyukakhoz vezető úton ez most elég nekünk.

ÁLLANDÓ GYORSULÁSÚ MEGFIGYELŐK

Thm103 Legyen a dimenziószám 2.
AccRel modelljeiben a nemnulla állandó gyorsulású megfigyelők lehetséges életútjai az inerciális megfigyelők világképeiben pontosan a pozitiv sugarú Minkowski-körök (hiperbolák) szegmensei.

Részletesebben: Legyen k állandó nemnulla gyorsulású megfigyelő és m inerciális megfigyelő AccRel egy modelljében. Akkor van $p \in Q^2$, $r \in Q^+$, és I intervalluma Q-nak, hogy

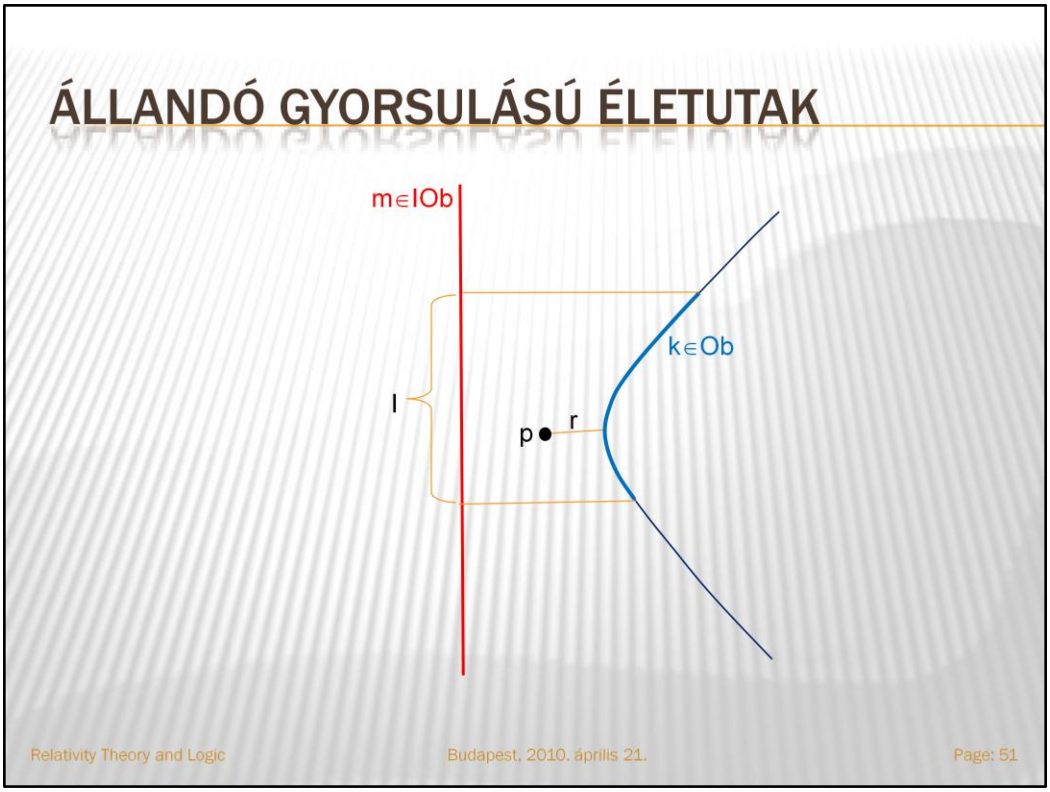
$wline_m(k) = \{ q \in Q^2 : \mu(q,p)=r,\ q_t \in I, \text{ és } q_x \geq p_x \}$, vagy

$wline_m(k) = \{ q \in Q^2 : \mu(q,p)=r,\ q_t \in I, \text{ és } q_x \leq p_x \}$.

p középpontú r sugarú Minkowski kör jobb vagy bal ágának I-szegmense.

Forditva, minden ilyen görbe állandó gyorsulású megfigyelő életútja inerciális megfigyelő világképében AccRel egy modelljében.

A mindenütt nulla belső gyorsulású megfigyelők életútjai egyenesek. $Q^+=\{p \in Q : p>0\}$.
Gyakorlat: Miért nem igaz, hogy ha egy állandó belső gyorsulású megfigyelő életútjához hozzáadunk egy egyenest (mindkettő mint t függvénye), akkor megint állandó gyorsulású életutat kapunk?



Az előző tétel életútjainak ábrázolása.

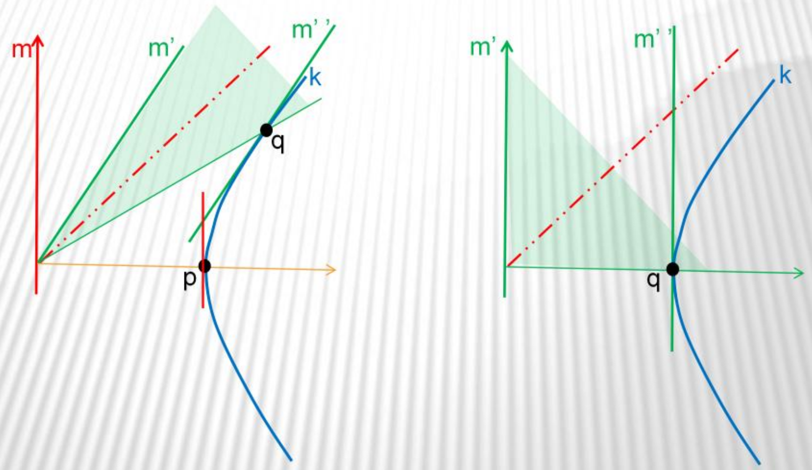
ÁLLANDÓ GYORSULÁSÚ ÉLETUTAK

- Bizonyitás.
- Lemmákon keresztül.

Lemma 1. Minkowski körök időszerű ágai állandó belső gyorsulásúak.

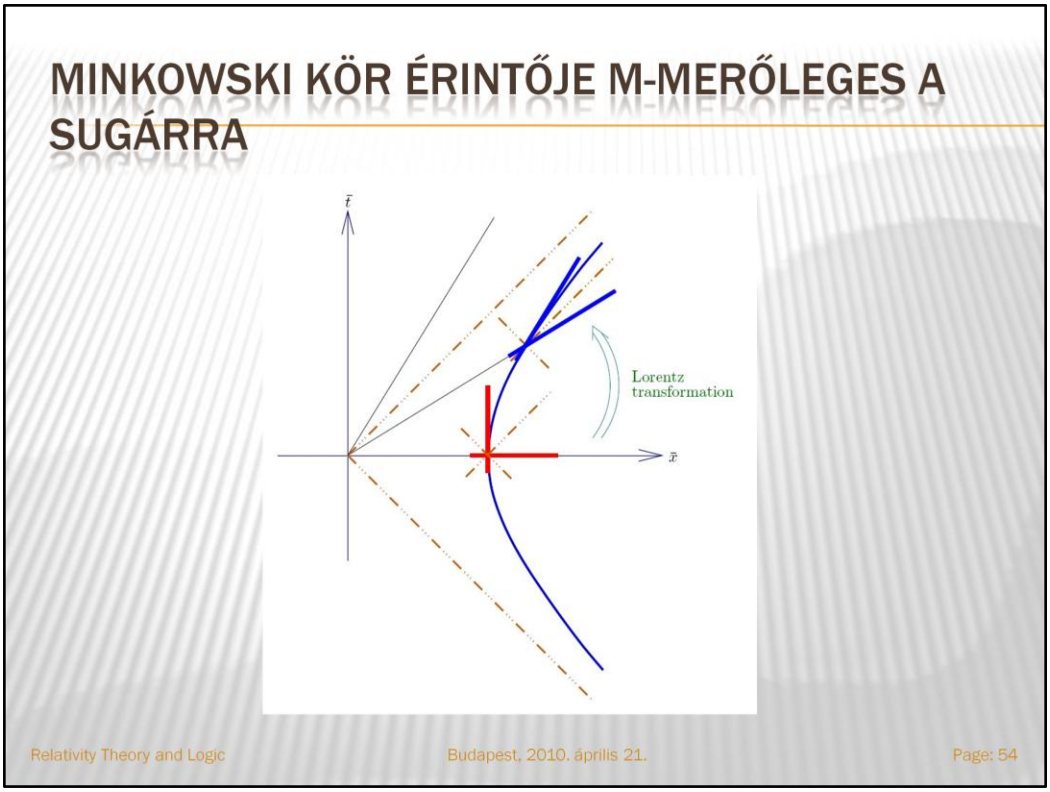
Biz.

MINKOWSKI KÖRÖK ÁLLANDÓ GYORSULÁSÚAK



m ugyanazt a gyorsulást látja p-ben mint m' a q-ban. QED(Lemma1)

Minkowski kör érintője M-merőleges a sugárra.

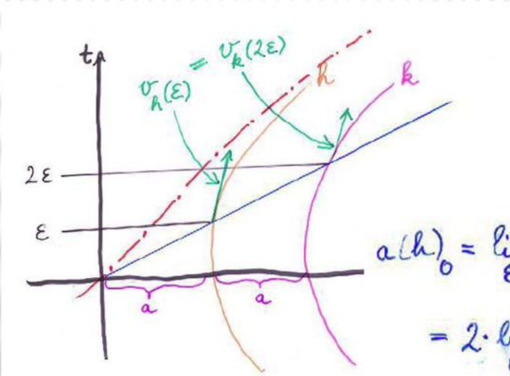


Az előző bizonyitásban ezt is beláttuk. Használni fogjuk később.

ÁLLANDÓ GYORSULÁSÚ ÉLETUTAK

Lemma 2. Fele sugarú Minkowski kör gyorsulása kétszeres. (x-szeres sugarú M-kör gyorsulása 1/x-szeres).

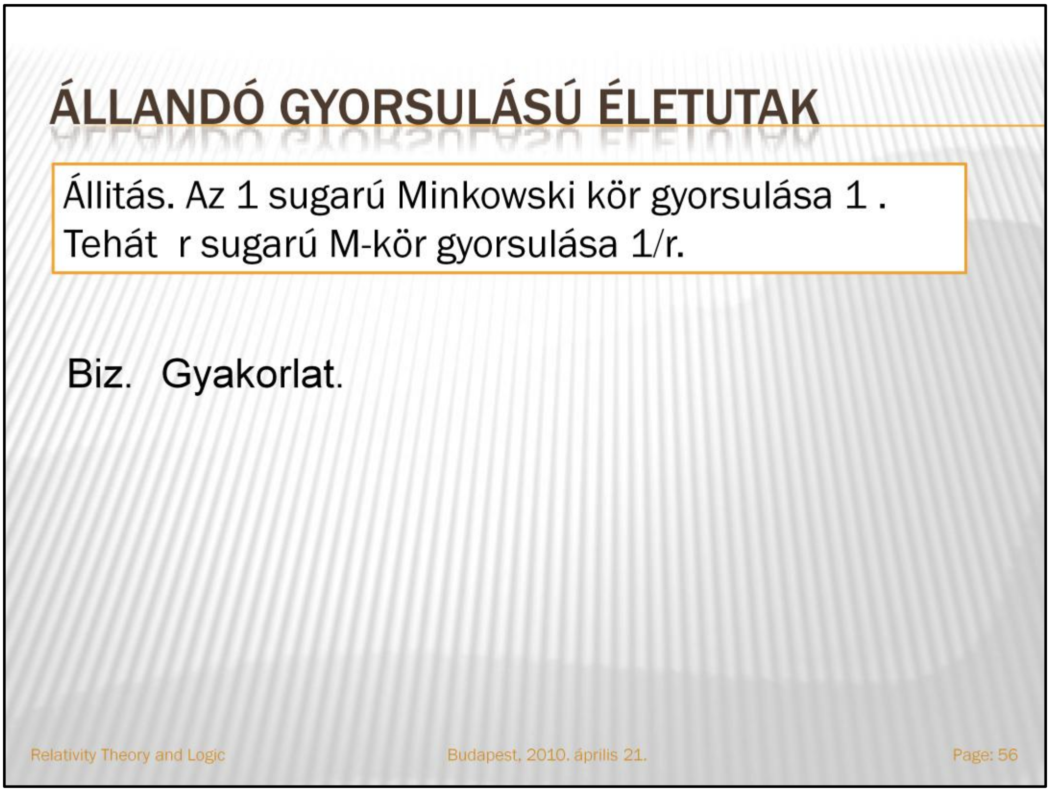
Biz.



$$a(h)_0 = \lim_{\varepsilon} \frac{v_h(\varepsilon)}{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon} \frac{v_k(2\varepsilon)}{\varepsilon} = 2\cdot \lim_{\varepsilon} \frac{v_k(2\varepsilon)}{2\varepsilon} = 2\cdot a(k)_0 .$$

QED(Lemma 2).

Itt a v sebesség a dőlésszög.

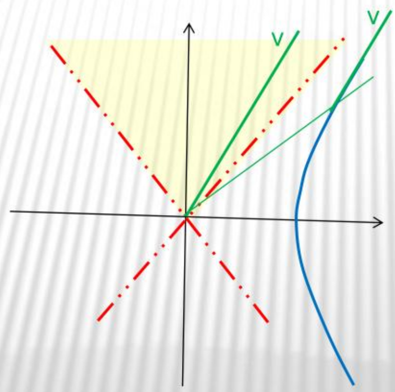


Geometriai szellemű bizonyitást szeretnénk.

ÁLLANDÓ GYORSULÁSÚ ÉLETUTAK

Lemma 3. Minkowski körön az összes -1 és 1 közötti sebesség előfordul.

Biz.



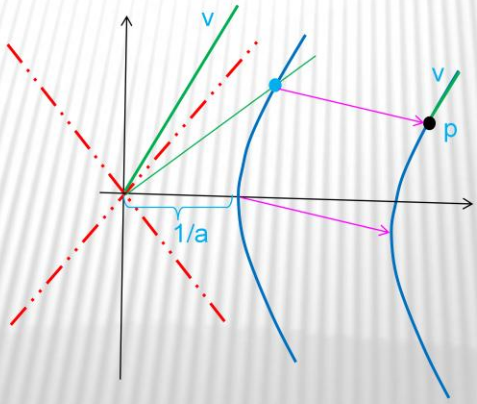
QED(Lemma 3).

Itt a sebesség csak dőlésszög.

ÁLLANDÓ GYORSULÁSÚ ÉLETUTAK

Következmény. Legyen *p*,*v*, és *a* adott. Van a *p* ponton áthaladó *a* gyorsulású Minkowski kör, melynek sebessége a *p* pontban *v*.

Biz.



QED(Köv.).

ÁLLANDÓ GYORSULÁSÚ ÉLETUTAK

Lemma 4. (Meghatározottság lemma) Egy pontbeli sebesség és az állandó belső gyorsulás meghatározza a gyorsuló megfigyelő életútját.

Részletesebben: Legyen m inerciális, és k,h tetszőleges megfigyelő, mindent m világképében értünk alább. Legyen I azon időpontok halmaza, ahol m látja k-t is és h-t is. Tfh egy t időpillanatban k és h helye is és sebesége is megegyezik, továbbá minden t I-beli időpillanatban k és h belső gyorsulása megegyezik. Akkor $wl_m^m(k)$ és $wl_m^m(h)$ megegyezik az I halmazon.

ÁLLANDÓ GYORSULÁSÚ ÉLETUTAK

Lemma 4. (Meghatározottság lemma) Egy pontbeli sebesség és az állandó belső gyorsulás meghatározza a gyorsuló megfigyelő életútját.

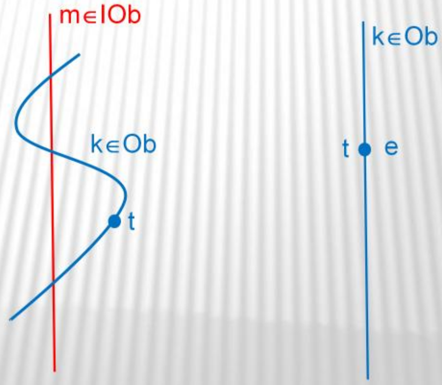
Ebből és Lemma 1-3 –ból következik a Thm.103.

Lemma 4 bizonyitásához jellemezzük a belső gyorsulást.

ÉLETÚT MINT GÖRBE

Definició. $wl_m^k(k) \stackrel{\text{def}}{=} \{\langle q_t, p\rangle : p \in wline_m(k) \text{ és } ev_m(p) = ev_k(q)\}$

A k megfigyelő m világképbeli életútja k ideje szerint paraméterezve.

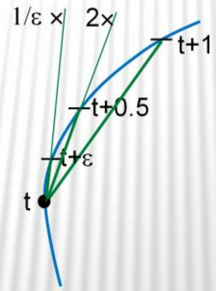


ÉLETÚT MINT GÖRBE

$wl_m^k(k) : Q \overset{\circ}{\to} Q^4$

$wl_m^k(k)'(t)$ = a t pontbeli lineáris közelités értéke az 1 helyen

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{f(t+\varepsilon) - f(t)}{\varepsilon}$$



Négyes sebesség

Azért hivják négyes sebességnek, mert „jól transzformálódik”, azaz lehet a vektor elején és végén levő eseménypárral reprezentálni.

ÉLETÚT MINT GÖRBE

$wl_m^k(k) : Q \overset{\circ}{\to} Q^4$

$wl_m^k(k)'\,(t)$ = négyes sebesség a t pillanatban

$wl_m^k(k)' : Q \overset{\circ}{\to} Q^4$

$wl_m^k(k)''(t)$ = négyes gyorsulás a t pillanatban

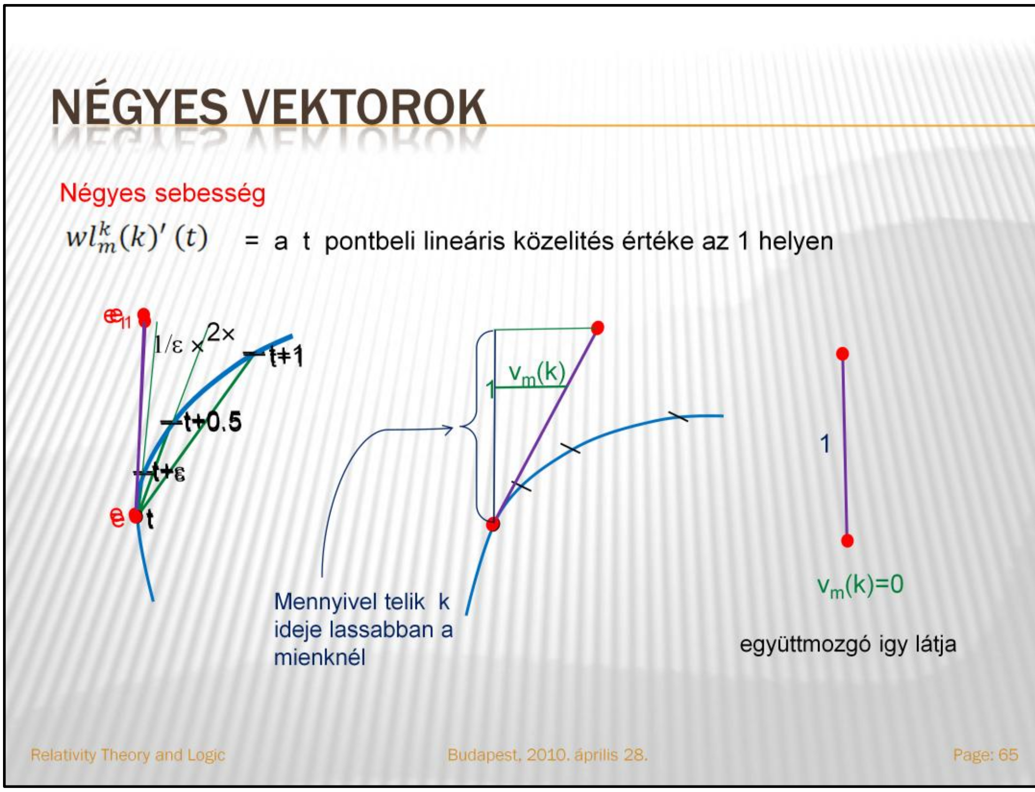
A négyes gyorsulást is lehet eseménypárral reprezentálni, jól transzformálódik.

BELSŐ GYORSULÁS

Tétel 104. Tfh. AccRel, $m \in IOb$, $k \in Ob$, $t \in Dom\ wl_m^k$.

(i) $wl_m^k(k)'(t)$ Minkowski hossza 1 és iránya a $wl_m^k(k)$ t-beli érintőjének iránya.

(ii) $wl_m^k(k)''(t)$-nak (ha létezik) a Minkowski hossza a belső gyorsulás nagysága és iránya M-merőleges a t-beli négyes-sebességre.

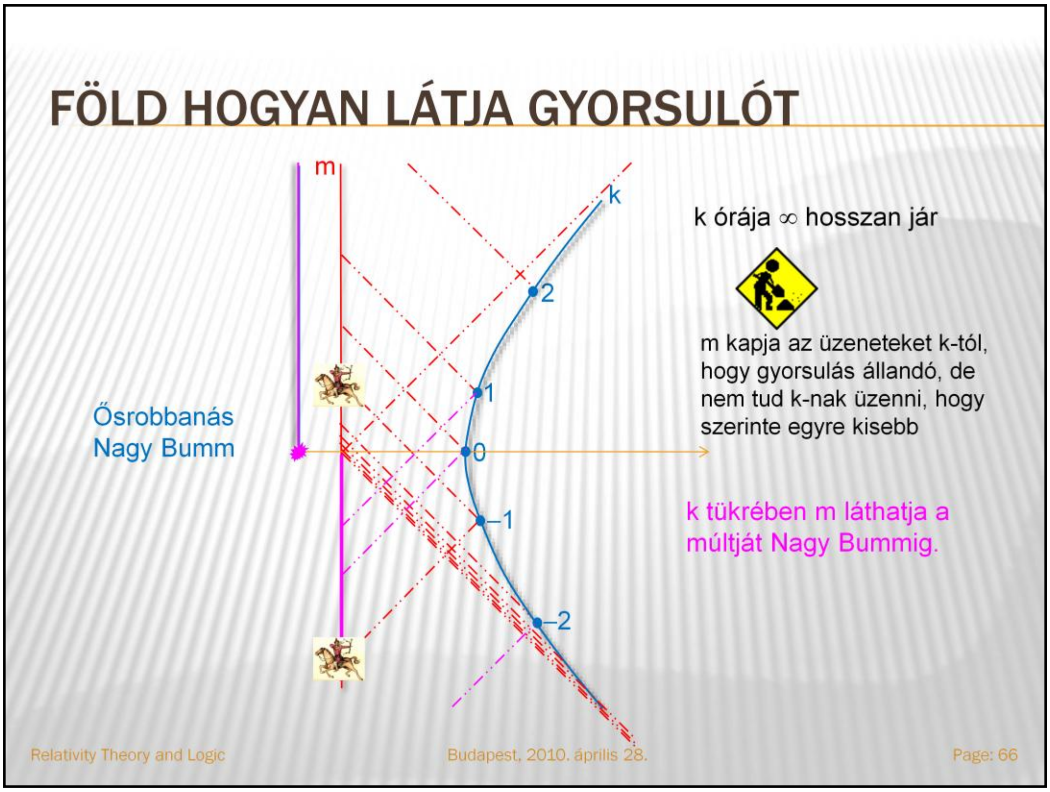


Múlt alkalommal definiáltuk a négyes-sebességet. Itt a „négyes” jelző azt jelenti, hogy „megfigyelő-független”. De nem olyan értelemben megfigyelő-független mint pl a relativisztikus (vagy más szóval a Minkowski) távolság, hogy minden megfigyelő ugyanannak méri. Itt azt jelenti, hogy „jól transzformálódik”, azaz lehet a vektor elején és végén levő eseménypárral reprezentálni. Hivják az ilyen mennyiségeket „kovariáns” vagy pedig „tenzor” mennyiségeknek is. Lényeg, hogy a 4-es vektor identifikálható egy eseménypárral. Az események pedig megfigyelőfüggetlenek.

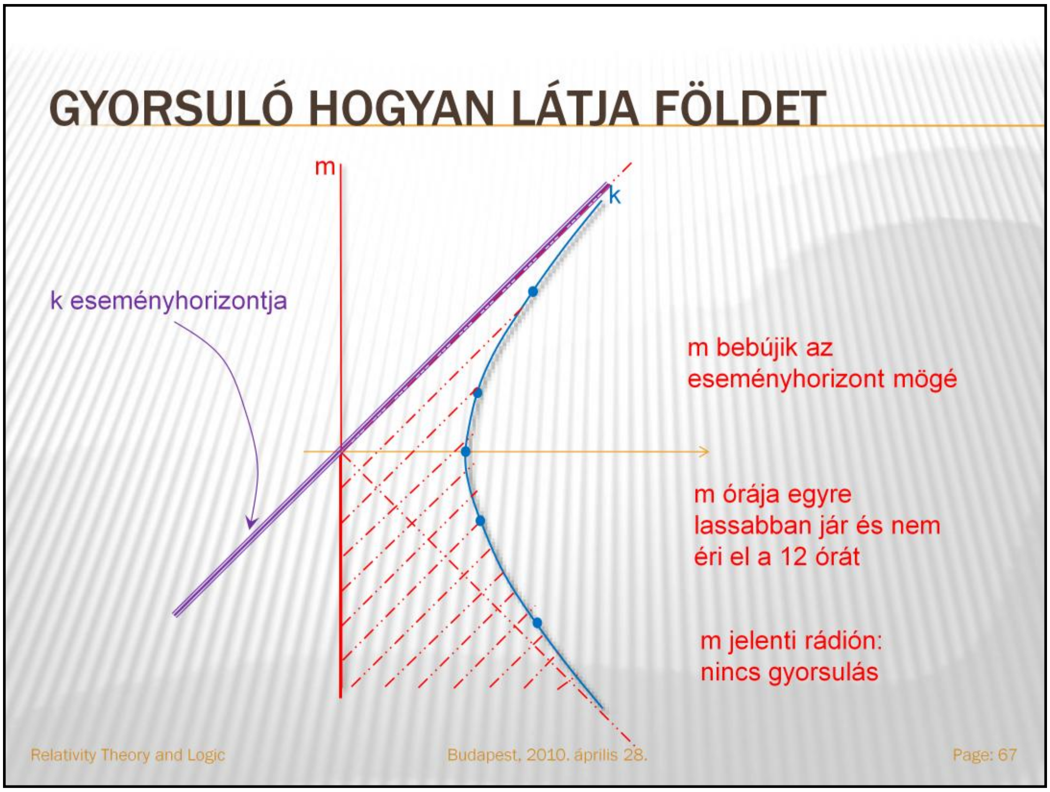
Ezen a fogalmon jól tudjuk illusztrálni a relativitáselmélet egy szép vonását. Itt van a négyes sebesség definiciója a múlt óráról. Látható, hogy a négyes sebesség hossza attól függ, hogy k belső órája hogyan jár a koordinátarendszerhez képest, azaz m órájához képest. Minél hosszabb, annál lassabban jár k órája az m-éhez képest. A négyes-sebesség iránya viszont csak a mozgás pillanatnyi irányától és sebességétől függ.

Ha egy tetszőleges másik megfigyelő nézi a négyes-sebességet, akkor ő is felbontja ezt a vektort idő-komponensre és tér-komponensre. Az időkomponens az ő világképében is azt jelenti, hogy k órája mennyivel jár lassabban mint az övé, és a tér-komponens pedig, hogy ő milyen sebességgel látja k-t mozogni.

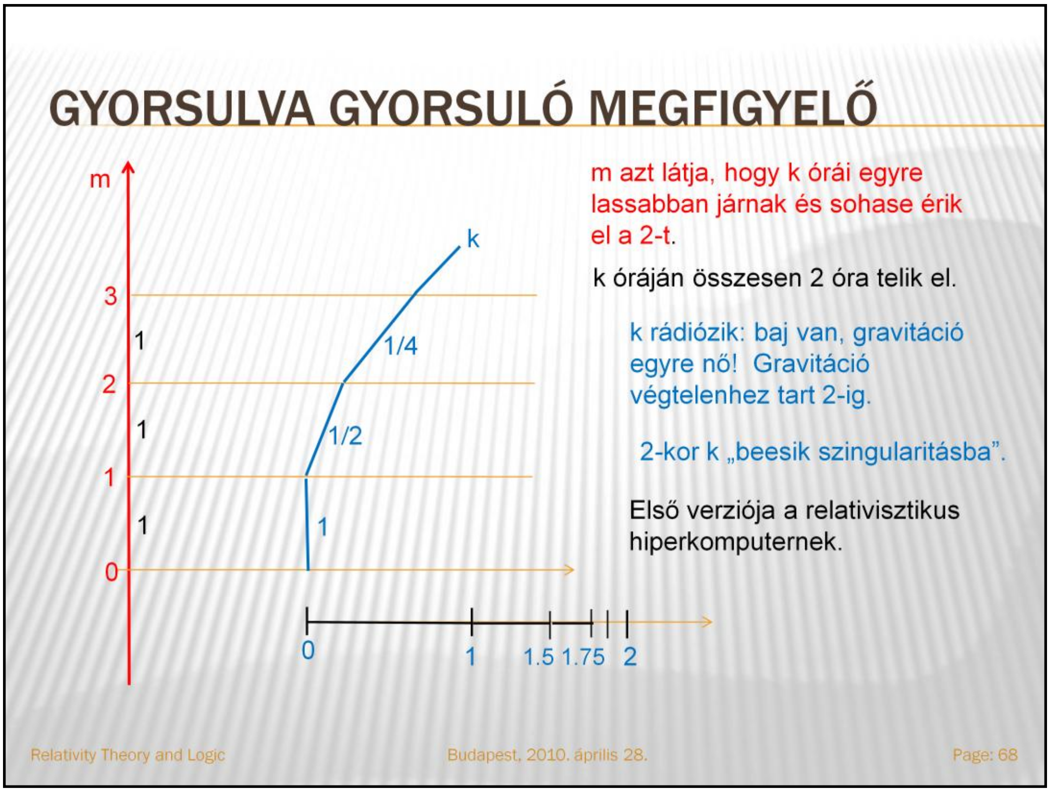
Például az együttmozgó igy látja a négyes-sebességet.



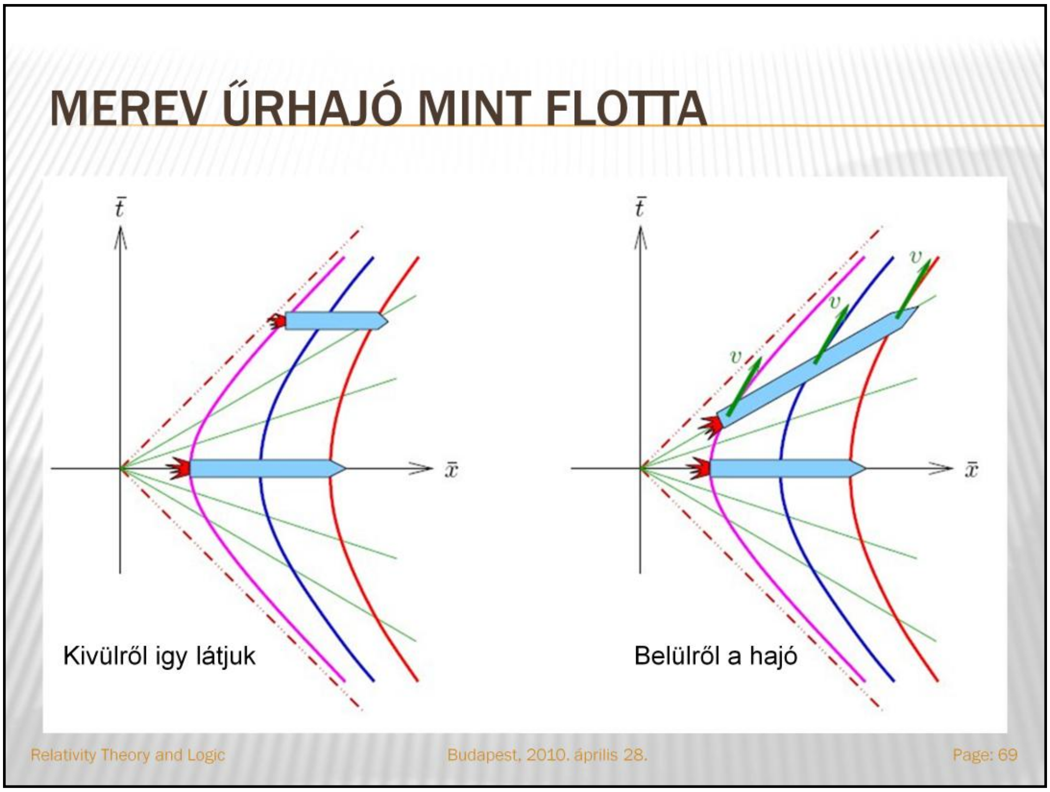
K rádiózik: minden jó, gravitáció állandó. M látja, hogy gyorsulás egyre kisebb, masiniszta egyre lassabban lapátolja a szenet a kazánba. Amikor m tud üzenni k-nak, akkor nem látja, amikor látja, akkor nem tud üzenni neki. K képes elszaladni az origóból kiküldött foton elől.



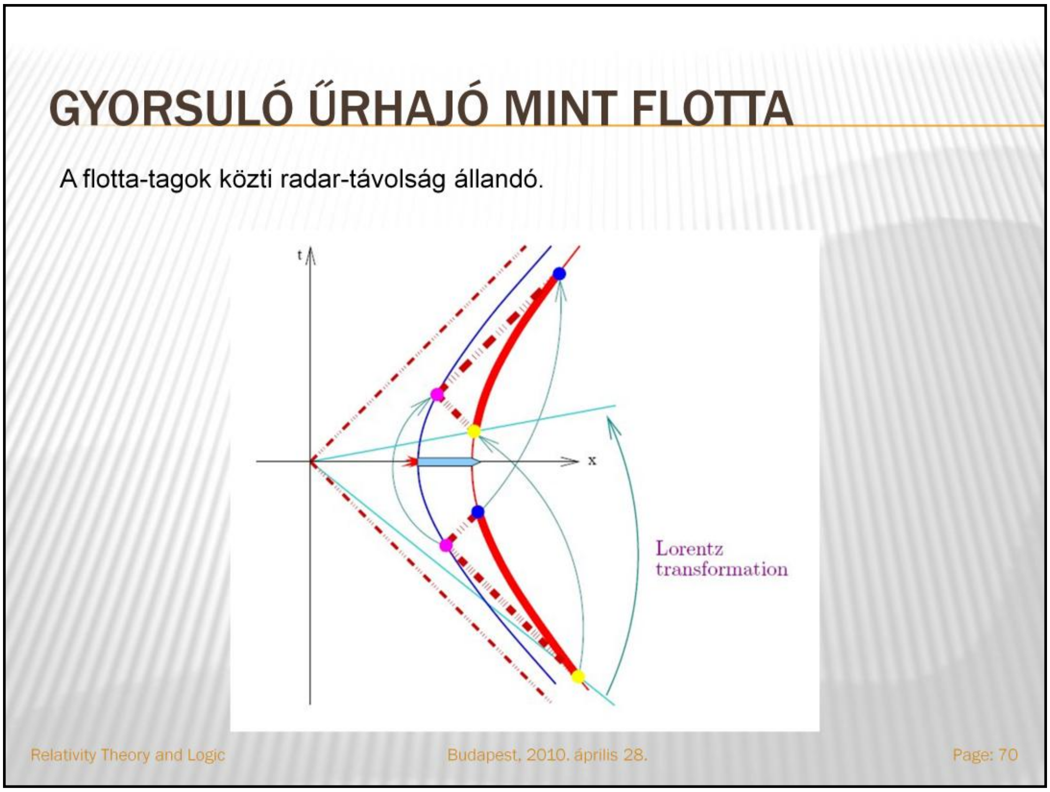
m létezik eseményhorizont mögött is



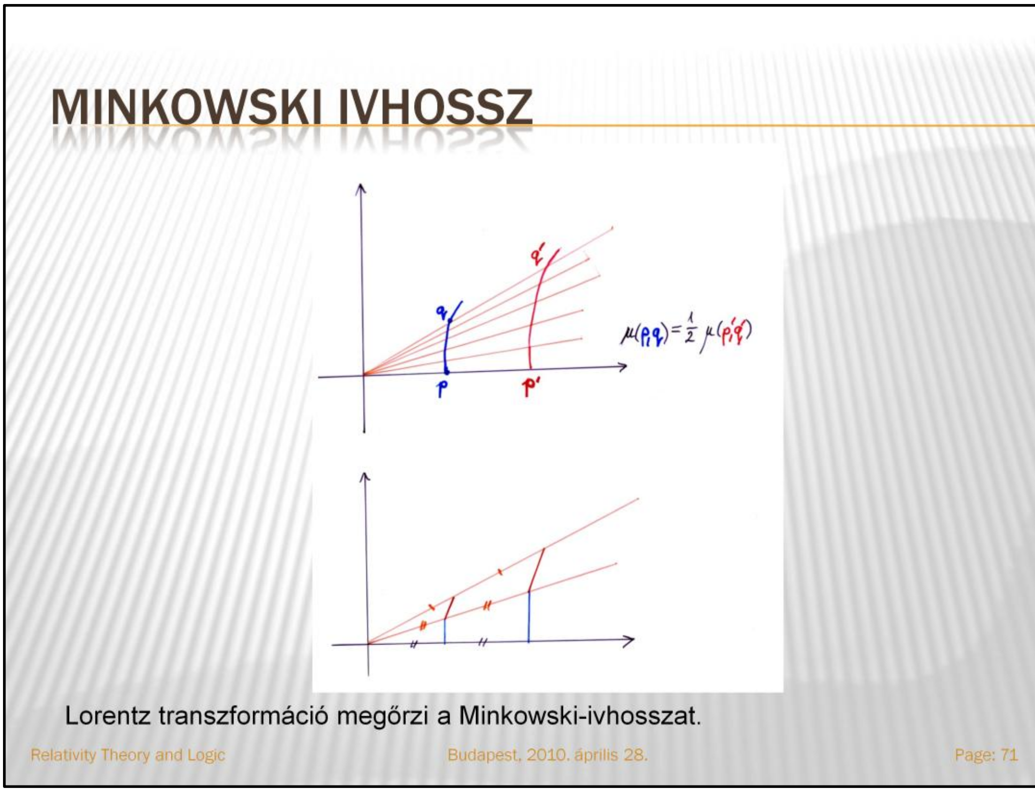
Nem koordinátázási effektus, hogy nem látjuk, hogy mi történik k-val 2 után.



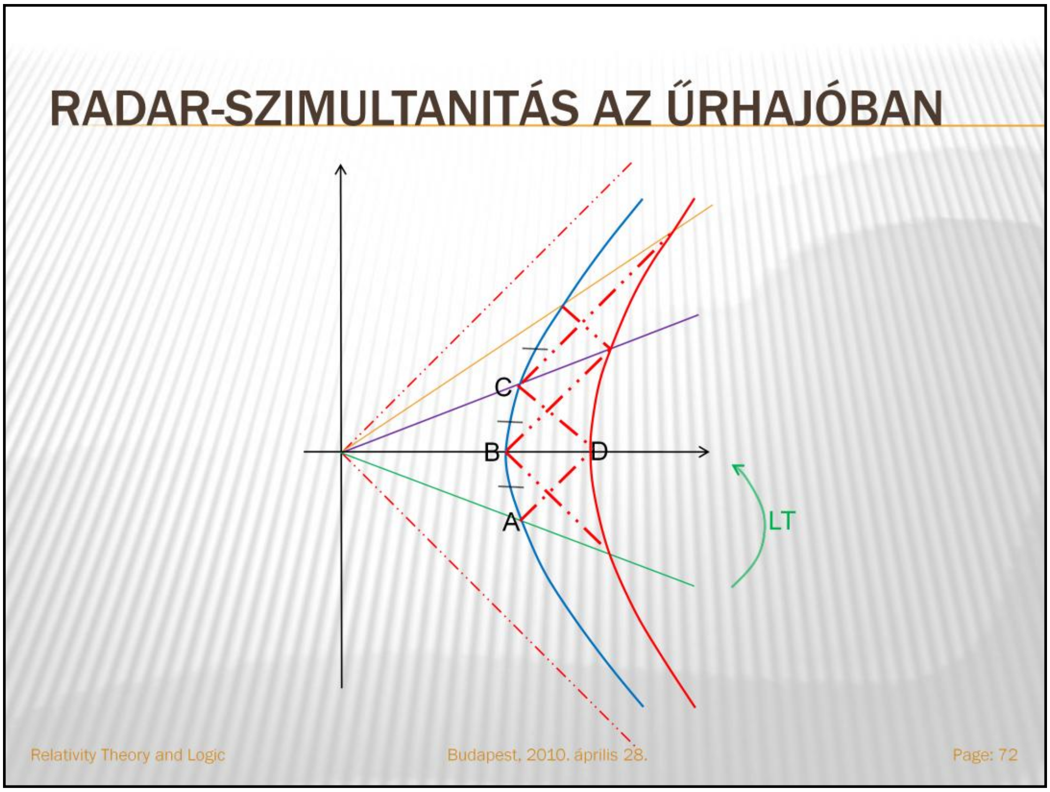
A kapitány egyenletesen gyorsul, kék életút. Origó középpontú Minkowski kör. Kapitány flottájának minden tagja állandó radar távolságra van a kapitánytól. Látni fogjuk, hogy ekkor a flotta minden tagjának életútja origó középpontú Minkowski kör.
Másik oldalról közelitünk: a hajót úgy definiáljuk, hogy minden tagjának az életútja origó középpontú Minkowski kör. Ekkor látni fogjuk, hogy konstans radar-távolságra vannak a kapitánytól.
Végtelen hosszú űrhajó. Origóhoz közelitve flotta-tag gyorsulása végtelenhez tart. Az x tengely mentén végtelenhez tartva flotta-tag gyorsulása nullához tart. Kivülről (inerciális megfigyelő világképében) úgy látjuk, hogy az űrhajó rövidül.
Hogyan látja magát a hajó belülről, radarral és elengedett űrcsónakokkal kisérletezve? A zöld felcsapódó sugárirányú egyenesek olyanok, hogy mindenütt megegyeznek az ottan elengedett űrcsónak radar-szimultanitásával. Az ebben a pillanatban elengedett űrcsónakok radarral a Minkowski-távolságot fogják mérni. Azt jelentik, hogy az elengedési flotta-tagok állandó radar-távolságra vannak egymástól. De nemcsak ők, hanem a flotta-tagok direkt radar-mérésekkel is látják, hogy állandó távolságra vannak egymástól. Erről szól a következő oldal.



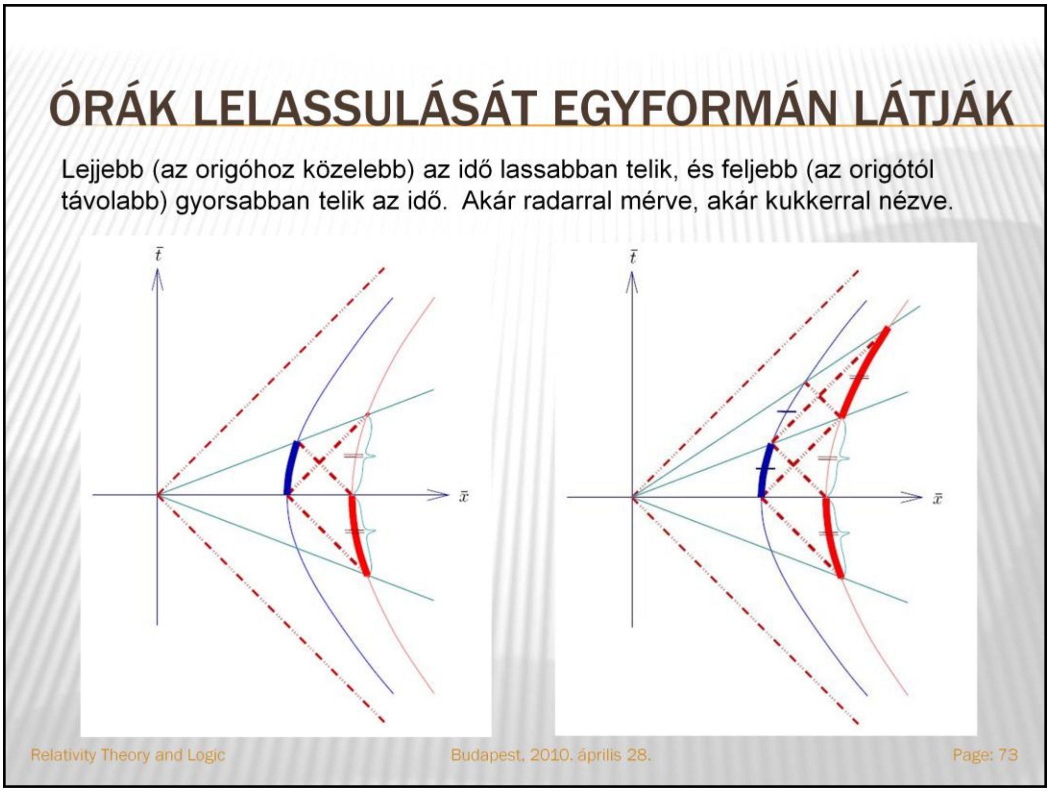
A piros és kék flotta-tag közti radar-távolság állandó: A piros kapitány az alsó sárga eseményben kibocsát egy radar-jelet a kék flotta-tag felé, ami a lila eseményen visszaverődve a kék eseményben ér vissza a piros kapitányhoz. A radar-mérés eredménye az alsó sárga és kék esemény között a piros-flotta-tagon eltelt idő, ez a kivastagitott alsó piros szakasz Minkowski-hossza (az Együttmozgó Axióma miatt). Tegyük fel, hogy a piros kapitány a felső sárga eseményben megint megméri a radar-távolságot. Kapjuk a felső lila, kék eseményeket és a felső kivastagitott piros szakaszt. Azt kell látni, hogy a két kivastagitott piros szakasz Minkowski-hossza egyenlő. Vegyük azt a Lorentz-transzformációt (LT), ami az origót és a belőle kiinduló két fotonéletutat helybenhagyja, és az alsó sárga eseményt a felső sárga eseménybe viszi. A kék Minkowski-kör képe önmaga, és az alsó sárga eseményből kibocsátott fény-életút a felsőbe megy, mert LT fény-egyenest fényegyenesbe visz és párhuzamosságtartó. Tehát alsó lila esemény felső lila eseménybe megy. Hasonlóan alsó kék esemény LT-képe a felső kék esemény. Tehát az alsó piros szakasz képe a felső piros szakasz. Mivel a LT megőrzi a Minkowski-távolságokat, a két piros szakasz M-hossza egyenlő, ld. következő oldal.



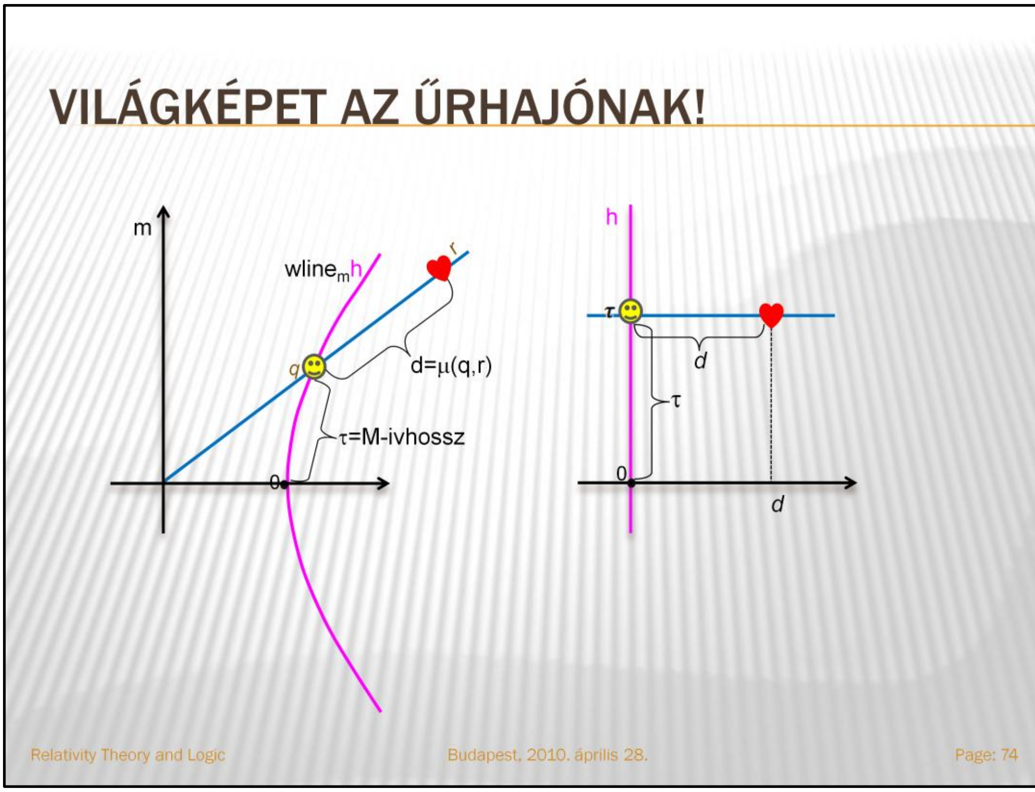
A Minkowski ivhossz a beirt húr-közelitések limesze. Ezért lehet velük hasonló háromszögként dolgozni. Például, ahogy a képen látható, az origó középpontú fele sugarú pq Minkowski körszakasz ivhossza fele akkora, mint az origó középpontú p’q’ Minkowski körszakasz ivhossza.



Belátjuk, hogy a radar-szimultanitások az űrhajóban pontosan a Minkowski-körök sugár-irányú egyenesei. A kék flotta-tag méri a radar-szimultanitást. A kék flotta-tag kibocsát egy fénysugarat, ami az x-tengelyt eléri a D pontban. Vegyük azt a LT-t, ami az origót és a belőle kiinduló két fotonéletutat helybenhagyja és a zöld sugarat az x-tengelybe viszi. Ez a trafo az A pontot átviszi a B pontba, és a B pontot átviszi egy C pontba, az x-tengelyt a lila egyenesbe viszi. Az AB szakasz M-hossza egyenlő a BC szakasz M-hosszával, mert LT M-távolságtartó. Tehát a lila egyenes éppen tükörképe a zöld egyenesnek. Emiatt a D-ből origó felé kinduló fényegyenes pont C-ben metszi a lila egyenest. Készen is vagyunk: a kék flotta-tag szerint B és D radar-szimultánok.
Menjünk tovább a későbbiek miatt: Nézzük a CD szakasz LT-szerinti inverz képét, ez a B-ből origótól elfelé lefelé induló fényéletút. Tehát két Minkowski-kör között két sugárirányú egyenes által képzett négyzetben ha az egyik átló fényegyenes, akkor a másik is. Ez ad egy eljárást arra, hogy hogyan lehet egyenlő szakaszokra osztani a piros Minkowski-kört: a C-től BC távol levő fenti pontot úgy kapjuk meg, hogy a lila egyenes és piros M-kör metszéspontjából foton-életutat húzunk felfelé-befelé és megnézzük, hogy ez hol metszi el a kék M-kört.



Most hogy megvan a pontos életút, meg tudjuk mutatni, hogy kukkerral (fotonokkal) mérve is piros életúton gyorsabban telik az idő mint a kék életúton, és még az arányt is egyformán látja a kék és piros flotta-tag. Kék flotta-tag fotonokkal azt látja, hogy a piros szakaszon több idő telt el mint neki a kék szakaszon. Sőt, tudjuk, hogy pontosan mennyivel: a sugarak arányával. Ha a piros flotta-tag nézi fotonokkal, akkor ő is úgy látja, hogy míg neki a piros szakaszon x idő telt el, addig a kék flotta-tagnak a kék szakaszon arányosan kevesebb idő telt el. Radar-szimultanitásokkal mérve ugyanezt kapjuk.
A fenti képből az is látszik, hogy a kék flotta-tag a kék szakasz-hossznyi radar-távolságot mér a piros flotta-tagtól, az pedig piros szakasz-hossznyi radar-távolságot mér a kék flotta-tagtól. Tehát ugyan mindegyik állandónak méri radar-távolságát a többi flotta-tagtól, ennek a radar-távolságnak a mértékében nem egyeznek meg.

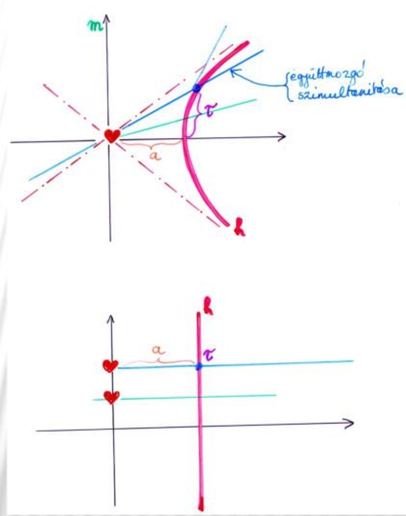


Mostmár van elég információnk ahhoz, hogy hogyan „tapasztalja” az űrhajó mérésekkel a világot. Ennek alapján adódik egy természetes koordinátázás.

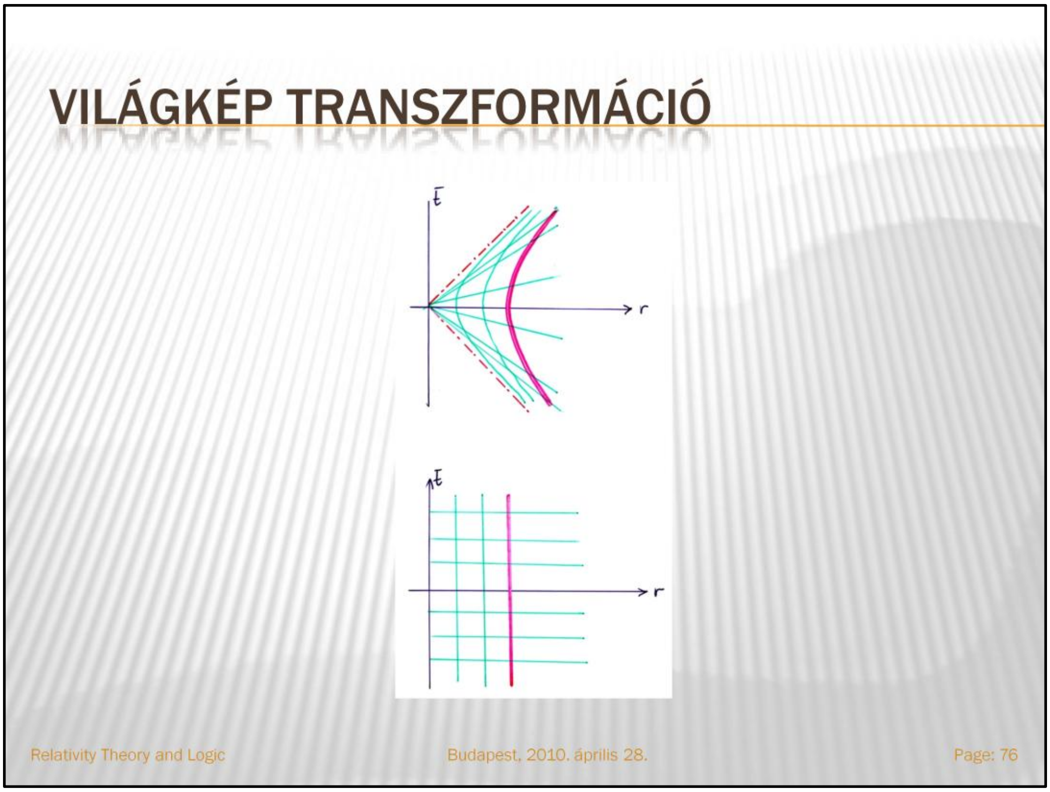
AxSelf⁻ miatt az életút az időtengelyre kerül. Válasszunk egy tetszőleges eseményt, ahonnan az időt mérjük. AxCmv miatt az életúton az idő a M-ivhossz szerint telik. (Kisérletileg ezt h egy magával vitt Einstein-órával mérheti, amelyet mindig olyan irányban tart, amilyen irányban nincs gyorsulás, ezt almákkal ellenőrizheti.) Legyen „smile” tetszőleges esemény az életúton, ennek idő-koordinátája akkor az időszámitás kezdete óta a h életútján mért M-ivhossz lesz.

Az egyidejűséget a flotta mindegyik tagja ugyannak méri, mind űrcsónakokkal, mind radarral. Ezért érdemes úgy koordinátázni, hogy a szimultán eseményeknek ugyanaz az idő-koordinátájuk h világképében. Tehát a smile-on átmenő kék sugárirányú egyenesen lévő eseményeket érdemes a smile-on átmenő vizszintes egyenesen koordinátázni. Legyen a szivecske tetszőleges esemény ezen a kék vonalon. Milyen messzire kerüljön ez a smile eseménytől? Láttuk, hogy a radar-távolság mértékében nem egyeznek meg a flotta-tagok (mert az függ az óra-járástól, amiben pedig karakterisztikusan eltérnek a flotta-tagok). Az űrcsónakok ugyanazt a távolságot mérik (radarral), ebben teljesen megegyeznek. Az a távolság, amit az űrcsónakok mérnek, az pontosan a kék szakaszon való M-távolság. (Megjegyzés: Team-munkával űrcsónakok nélkül is lehet a M-távolságot mérni belső radarral: osszuk fel a q és r közötti részt sok flotta-taggal és adjuk össze, hogy ezek egymástól milyen radar-távolságot mérnek (egy irányban, mindig az n-edik az n+1-iktől). Limeszben ez kiadja a M-távolságot, mert a M-távolság és a radar-távolság aránya tart 1-hez ha ezek tartanak nullához). Válasszuk hát ezt a koordináta-távolságnak. Ezzel megadtuk az algoritmust, hogy hogyan koordinátzzanak a flotta-tagok. Hangoljuk össze a flotta-tagok koordinátázását annyira, hogy a nulla időpontot válasszák szimultánnak.

KOORDINÁTÁZÁS

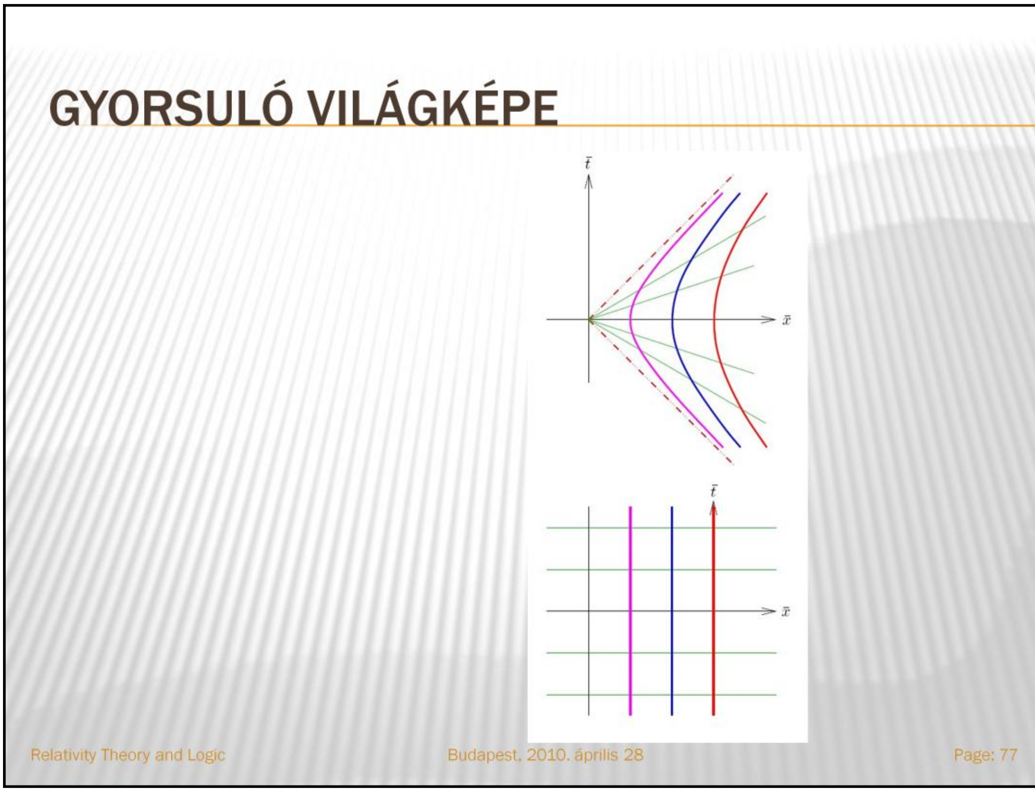


Az előző algoritmus szerint az origóban levő esemény többször kerül koordinátázásra. A két fény-életút origón túli részén az idő megfordul a koordinátázás szerint. A felső és alsó régió kimarad a koordinátázásból. Általában csak a jobboldali nyilt régiót koordinátázza a gyorsuló megfigyelő.



Gyorsuló megfigyelő világképe alul, és felül ahogy ezt a koordinátarendszert egy inerciális megfigyelő látja. A világképtrafo ábrázolása.

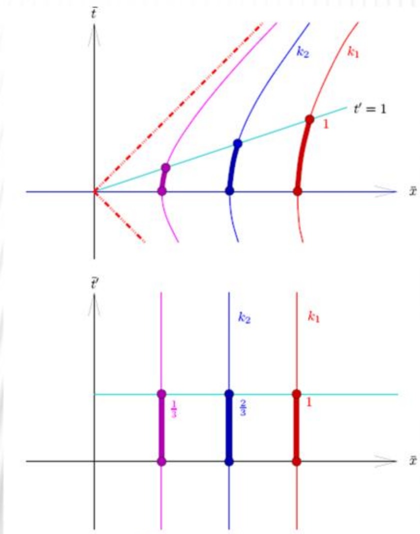
Gyakorlat: Irjuk fel a világképtranszformáció képletét.



A piros flotta-tag koordinátarendszerében a többi flotta-tag életútja függőleges vonal. Felül: Igy látja inerciális megfigyelő a különböző (piros, kék, lila) gyorsuló megfigyelőket és koordináta-vonalaikat. Alul: Igy látják egymást és egymás koordináta-vonalait a gyorsuló megfigyelők.

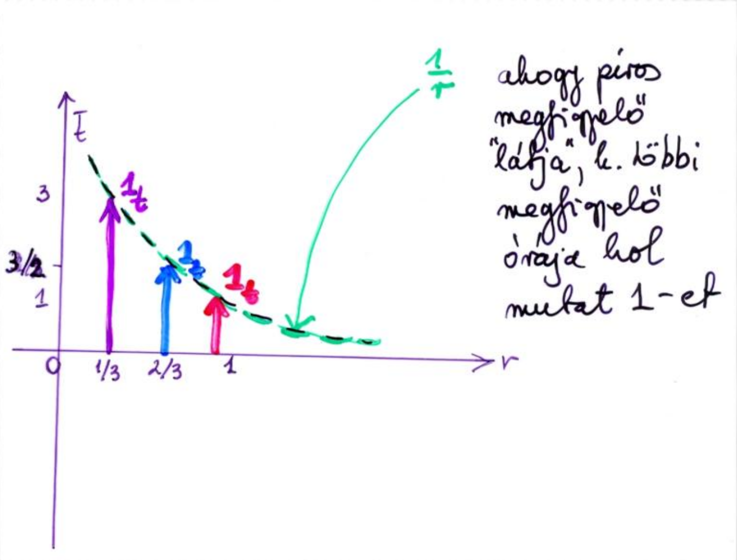
Gyakorlat: Irjuk fel a gyorsuló megfigyelők közti világkép-transzformáció képletét!

BELJEBB LEVŐ MEGFIGYELŐ ÓRÁJA LASSABB

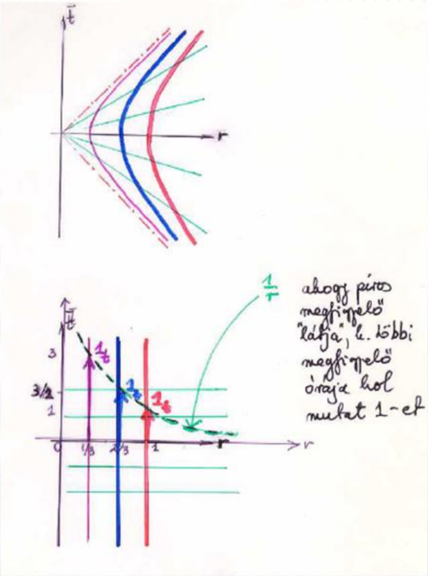


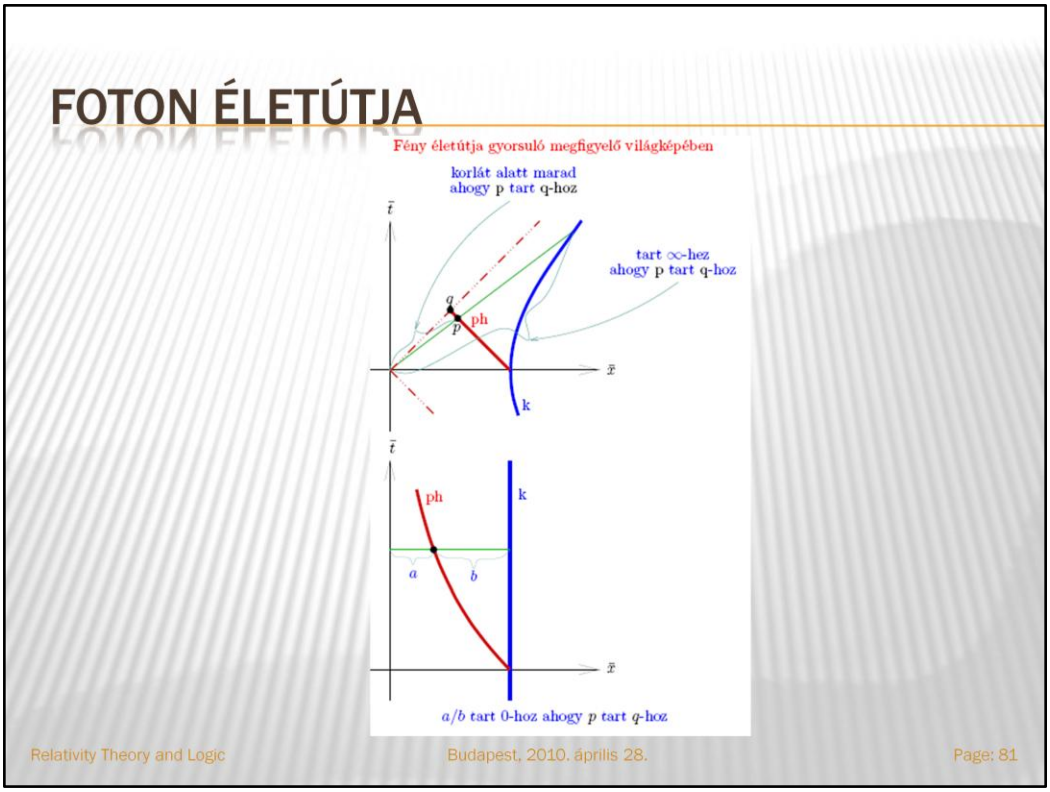
k_2 órája még csak $\frac{2}{3}$-ot mutat, amikor
k_1 órája 1-et mutat

BELJEBB LEVŐ MEGFIGYELŐ ÓRÁJA LASSABB

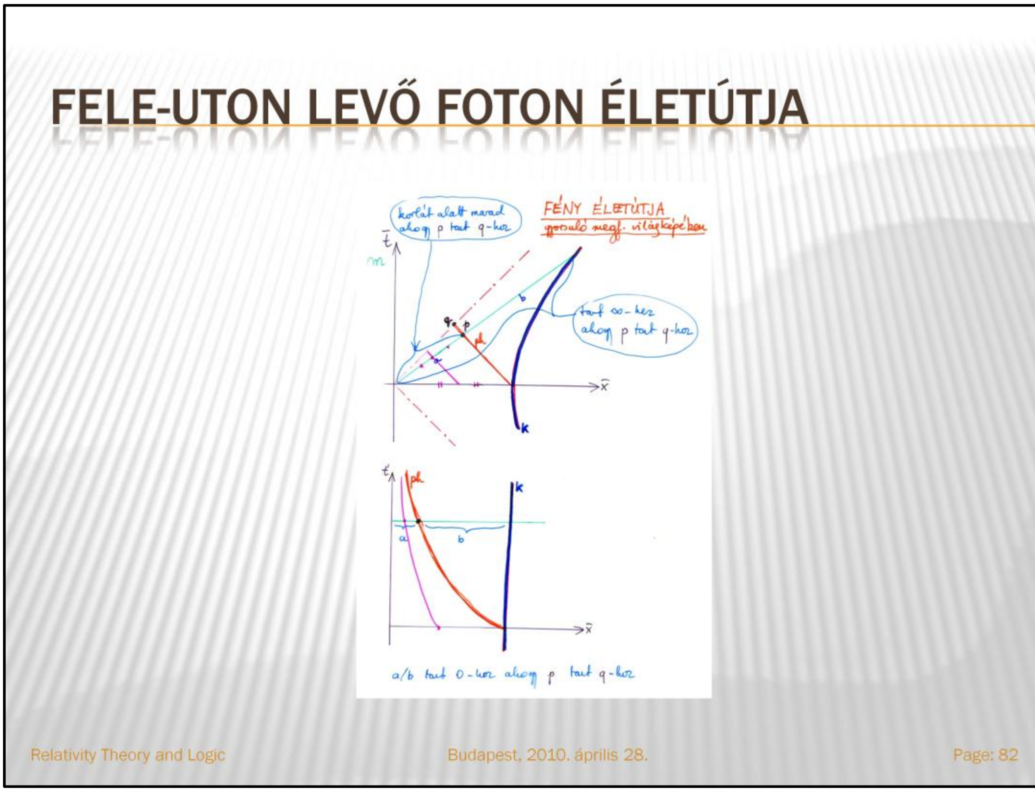


BELJEBB LEVŐ MEGFIGYELŐ ÓRÁJA LASSABB

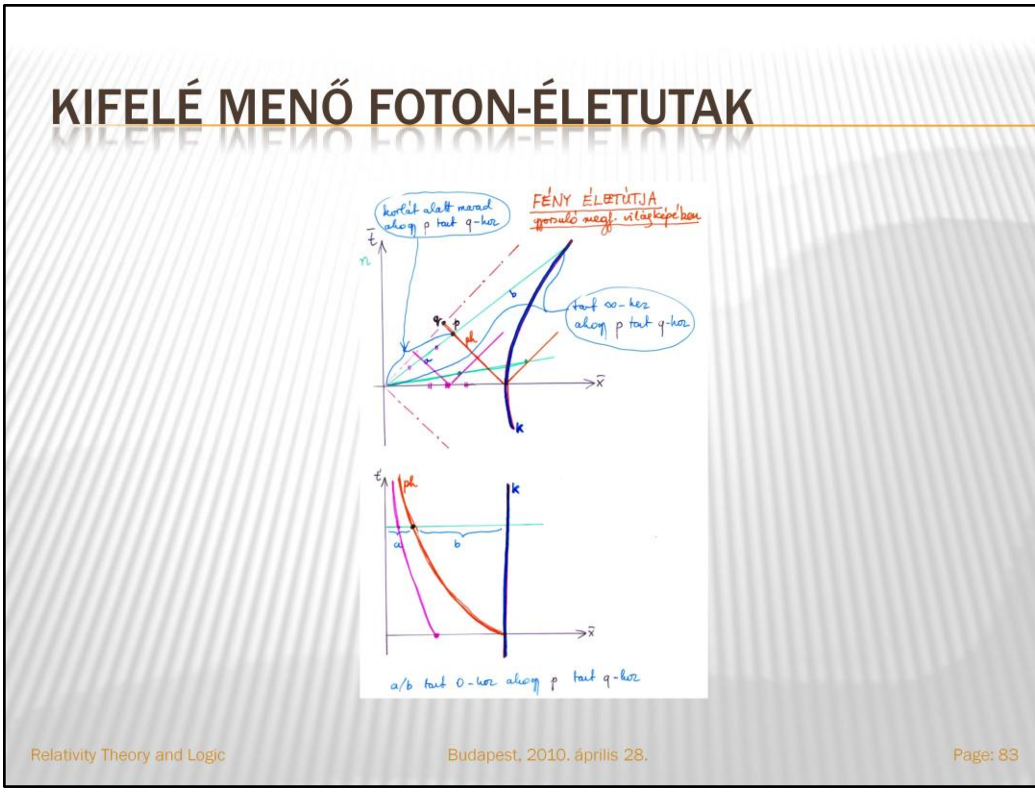




Foton életútja tetszőlegesen „magasra” felmegy a koordináta-rendszerben, mert minden (zöld) sugárirányú szimultanitást elmetsz (a felső képen). Ahogy magasra megy, tetszőlegesen közel kerül az időtengelyhez, mert az a:b arány tart 0-hoz.

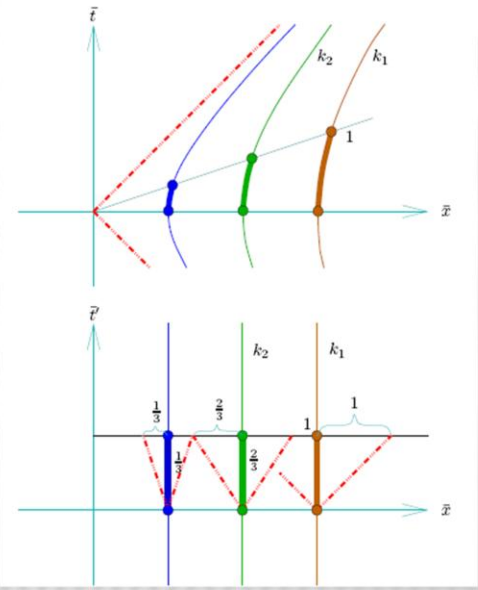


A fele-uton induló lila foton életútját úgy szerkeszthetjük meg a piros foton-életútból, hogy mindig felezzük az origótól levő *a* távolságot. Fele olyan távolról induló foton fele olyan sebességgel indul (az alsó koordinátarendszer szerint.)

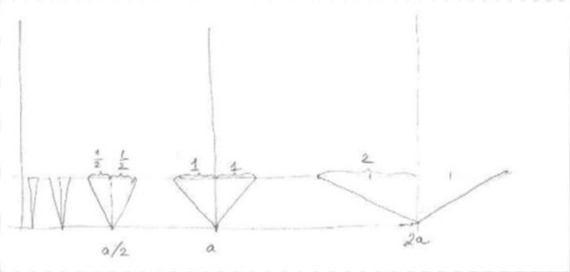


A kifelé menő foton-életutakat is hasonlóan szerkeszthetjük meg. Kifelé menő foton sebessége alsó koordinátarendszer szerint ugyanaz mint ugyanabban a pontból induló befelé menőké: a fénykúpok „állnak”, nem dőlnek be.

FÉNYKÚPOK BESZŰKÜLÉSE



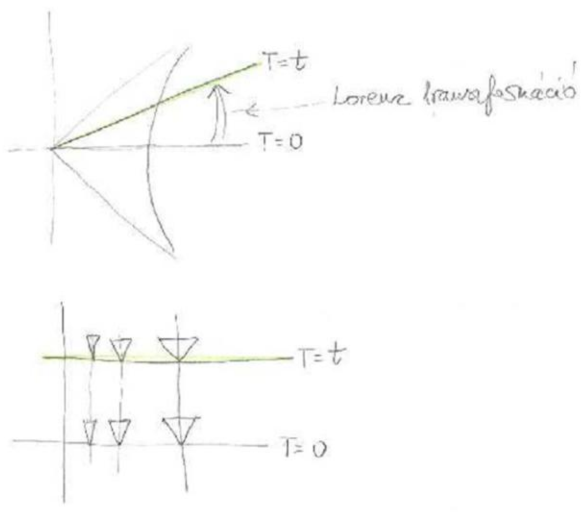
FÉNYKÚPOK A NULLA IDŐPONTBAN



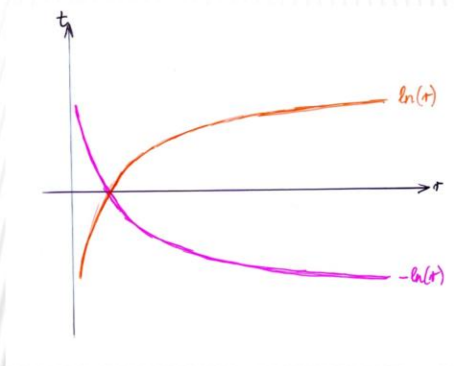
A T=0 pillanatban a fénykúpok „állnak” (jobbra és balra ugyanazzal a sebességgel indulnak ki a foton-életutak) és az *ar* helyen a fénykúp „szélessége” *r* (azaz a (0,*ar*) helyről induló fotonok sebessége *r*).

FÉNYKÚPOK A T IDŐPONTBAN

Fénykúpok minden „emeleten” egyformák:



FOTONOK ÉLETÚTJA

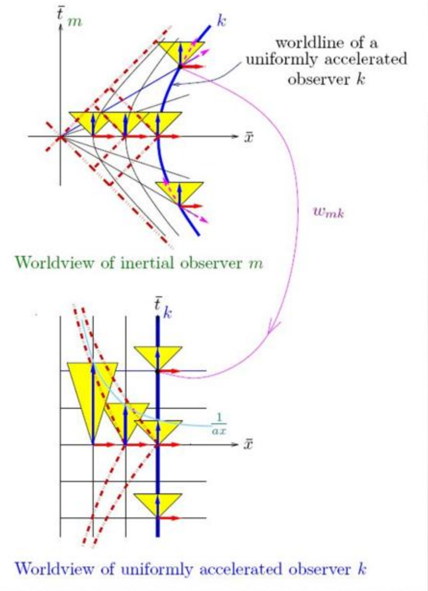


Beeső foton: $f'(r) = -1/r$, $f(r) = -\ln(r)$.

Kimenő foton: $f'(r) = 1/r$, $f(r) = \ln(r)$.

Fotonok pontos életutját ki lehet számitani a fénykúpok beszűkűléséből (1/r).

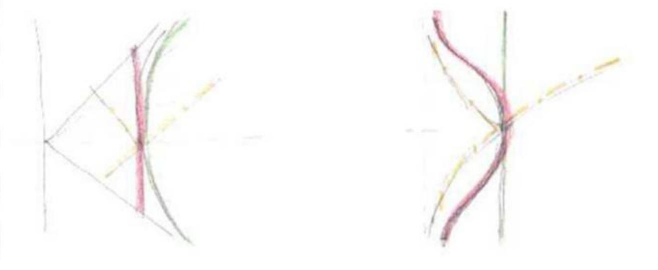
FÉNYKÚPOK



$\bar{t}$ m
k
worldline of a uniformly accelerated observer k
$\bar{x}$
w_{mk}
Worldview of inertial observer m
$\bar{t}$ k
$\frac{1}{ax}$
$\bar{x}$
Worldview of uniformly accelerated observer k

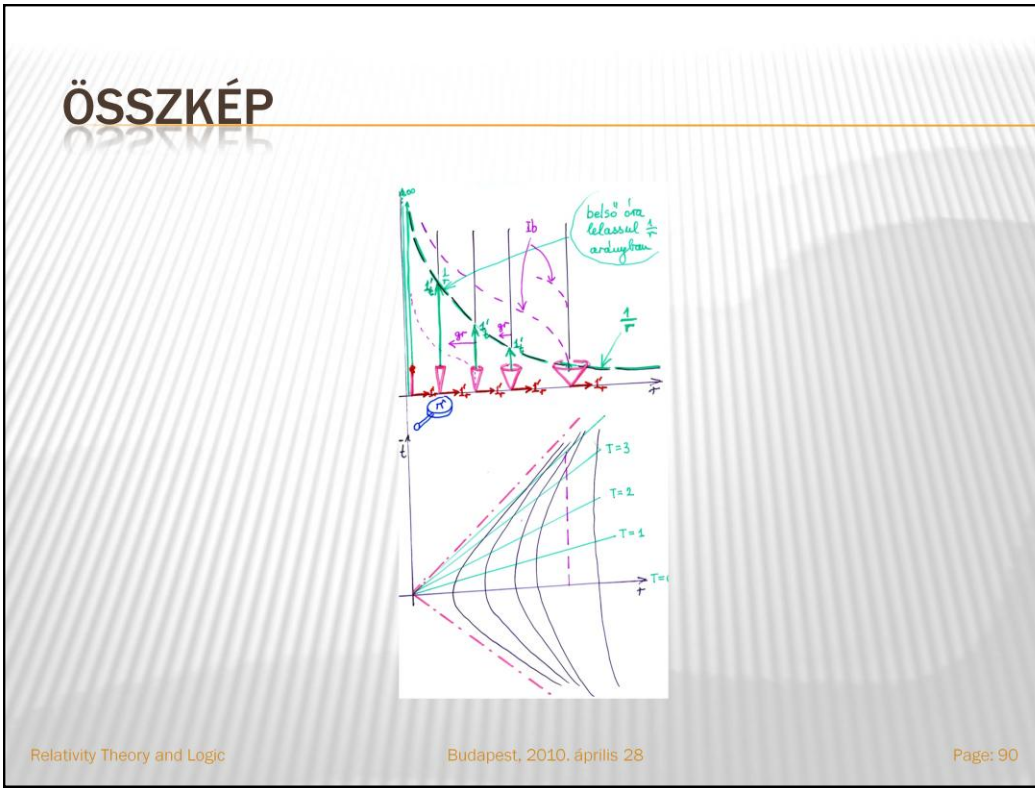
INERCIÁLIS ÉLETUTAK

Inerciális életutak állandó gyorsuló világképében:

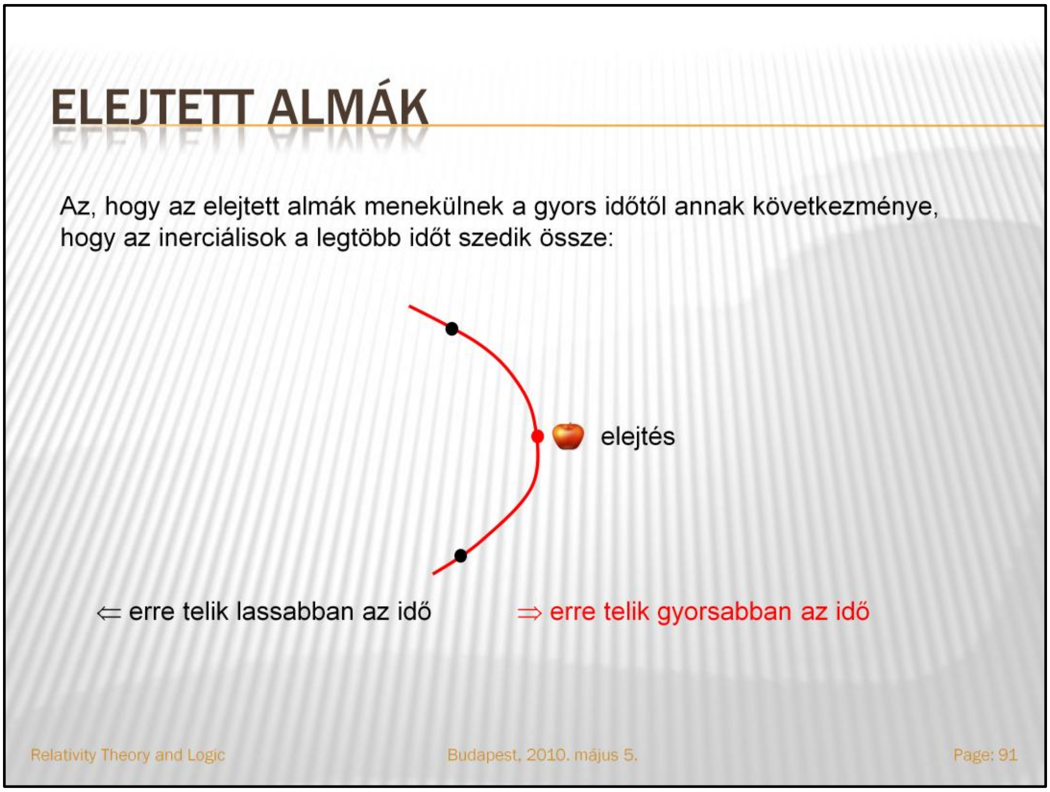


Inerciális életút lokálisan maximalizálja az eltelt időt az iker-paradoxon tétel miatt. Kijjebb gyorsabban járnak a helyi órák, tehát érdemes kifelé kitérni két pont között. Feldobott óra.

Inerciális életút lokálisan maximalizálja az eltelt időt az iker-paradoxon tétel miatt. Kijjebb gyorsabban járnak a helyi órák, tehát érdemes kifelé kitérni két pont között. Feldobott óra.



Elég megjegyezni a lokális fénykúpot és a helyi idővektort, mert ezekből megkaphatók a foton-életutak és az inerciális megfigyelők életútjai. Többi (azaz tetszőlegesen gyorsuló) megfigyelő életútja a fénykúpon belül kell maradjon (SpecRel + AxCmv miatt).



Valahol feldobott alma, aki alsó eseményt összeköti a felsővel, a gyorsabb idő felé kitér. Ennek az a következménye, hogy az elejtett alma, aki nincs feldobva hanem csak elengedve, a lassabb idő felé fog mozogni.

ACCREL

A gyorsuló megfigyelők elméletének vizsgálata folytatódik … a honlapunkon

Új elmélet jön: