

## **MTA RÉNYI ALFRÉD MATEMATIKAI KUTATÓINTÉZET**

1053 Budapest, Reáltanoda u. 13-15.; 1364 Budapest, Pf. 127  
telefon: (1) 483 8302; fax: (1) 483 8333  
e-mail: palfy.peter.pal@renyi.mta.hu; honlap: www.renyi.mta.hu  
igazgató: Pálffy Péter Pál

### **I. A kutatóhely fő feladatai 2014-ben**

Az MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet alapvető feladata, hogy az elméleti matematika területén világszínvonalú kutatásokat folytasson. Az intézet a nemzetközi matematikai élet jelentős központja, munkatársai kiváló munkájának köszönhetően 2014-ben tovább növelte hírnevét itthon és külföldön egyaránt. Az intézetben (is) dolgozó kutatók közül a 2014. évi Nemzetközi Matematikai Kongresszuson hárman tarthattak meghívott előadást. Egy kutatót ebben az évben választott tagjává az Academia Europaea, többen jelentős nemzetközi elismerést kaptak: Cole Prize (American Mathematical Society), Synge Prize (Royal Society of Canada), Doctor Honoris Causa (University of Buenos Aires). Egy kutató elnyerte az Európai Kutatási Tanács (ERC) ötéves támogatását a Consolidator Grant kategóriában, ez lesz a hatodik ERC által támogatott kutatócsoport az intézetben. Hazai elismerésekből is jutott az intézet kutatóinak (az emeritusokat is ideértve): ketten Széchenyi-díjban, egy-egy munkatárs pedig Akadémiai Díjban, Príma Díjban, az MTA Matematikai Tudományok Osztálya Erdős Pál-díjában, illetve Gyires Béla-díjában, továbbá Akadémiai Ifjúsági Díjban, valamint „Bonis Bona – a nemzet tehetségeiért” díjban részesült. Egy tudóst az ELTE díszdoktorává avatott. A fiatal kutatók közül egyet a Bolyai János Matematikai Társulat Grünwald Géza-emlékérmével, egy másikat Farkas Gyula-emlékdíjával jutalmaztak.

Az intézet tudományos feladatai elsősorban az alapkutatásra koncentrálnak, de néhány alkalmazott matematikai témára is jelentős erőket fordítanak. Ezek a témák elsősorban a kriptográfia, a nagy hálózatok kutatása, valamint a bioinformatika, de a matematikai statisztikát is számos társtudományban használták (orvostudomány, környezetkutatás stb.). A kutatások 9 tudományos osztály és 3 Lendület-kutatócsoport keretei között folynak. A 2009-ben létrejött Kriptográfia csoport még a hagyományos osztálykeretben működik, az újabb csoportok (Alacsony dimenziós topológia 2010-től, Csoportok és gráfok 2012-től, Nagy hálózatok 2013-tól) immár szervezetileg is önállóan dolgoznak, mind a három az ERC támogatását is elnyerve. Az intézet kutatási tematikáit folyamatosan a matematika fejlődése által felvetett legújabb kérdésekhez igazítják. 2014-ben az intézetben megalakult egy kislétszámú szakmódszertani kutatócsoport, amely azután sikerrel pályázott az MTA támogatására. A csoport fő profilja a korábban is eredményesen művelt matematikai tehetséggondozás, de terveznek hátrányos helyzetű fiataloknak szóló programokat is.

## II. A 2014-ben elért kiemelkedő kutatási és más jellegű eredmények

### a) Kiemelkedő kutatási és más jellegű eredmények

#### *Alacsony dimenziós topológia Lendület-kutatócsoport*

Elkészült a grid homológiákról szóló könyv, mely az elmélet alapjai mellett számos eredmény új és rövidebb bizonyítását tartalmazza. Az eredeti definíció kis módosításával csomó-homológiák egy egy-paraméteres seregét definiálták, ami numerikus invariánsok egy egy-paraméteres seregét adta. Ezen invariánsok segítségével megmutatható, hogy a topologikusan metszett csomók konkordizmus-csoportja egy végtelenül generált Abel-féle összeadandót tartalmaz.

Magas dimenziós kontakt sokaságokra megmutatták, hogy a Stein-kobordizmusra, mint rendezésre mindig létezik maximális elem. A  $(8k - 1)$  dimenziós gömbökre ( $k$  legalább 2) belátták, hogy van nem Stein betölthető majdnem kontakt struktúra.

A  $J$ -holomorf módszerek magas dimenziós általánosításával szubkritikus mütétekre kaptak eredményeket. Hasonló módszerek vezettek annak felfedezéséhez, hogy a kontakt izomorfizmusok csoportjának több komponense is lehet a diffeomorfizmus csoport egy komponensében.

Negatív definit mütéti gráfok Hilbert-sorához rendelt leszámoló függvények kvázi-polinomjainak egyértelműségét látták be. Találtak továbbá egy mütéti formulát a kvázi-polinomokra.

4-sokaságok felületen lévő görbeseregekkel kódolhatók, alacsony génuszra az összes ilyen sokaságot klasszifikálták.

Racionális, csúcs-szingularitással rendelkező síkgörbék szingularitásainak Alexander polinomját vizsgálták. Egy 2006 óta nyitott sejtés speciális esetét látták be olyan görbére, melyeknek két szingularitása van. Ellenpélda találásával pedig megcáfolták a sejtést háromszingularitású görbékre.

Egy explicit feltételt adtak arra, hogy a gömbön elhelyezett kör család egy immerzió kettőspontjainak halmaza legyen. Vizsgálták azt is, hogy egy 4-sokaság, melyen egy egyszerű szingularitásokkal rendelkező környáláb struktúra van, mikor hordoz pozitív skalár görbületű metrikát.

#### *Csoportok és gráfok Lendület-kutatócsoport*

Tanulmányozták az egydimenziós véletlen Schrödinger-operátor átlagos spektrumát, illetve alacsony zaj esetén ennek az operátornak a sajátvektorait. Alacsony zaj esetén új becslést adtak a várható spektrálmérték Hölder-folytonosságára.

Egy végtelen csúcstranzitív gráf párosítás-mértéke kétféleképpen is definiálható: a gráf útfájának spektrálmértékeként, illetve egy Benjamini-Schramm értelemben a gráfhoz tartó gráfsorozat párosítás-polinomjai gyökmértékének gyenge limeszeként. Megmutatták, hogy ez a két definíció ekvivalens, amiből egy, a Mayer-sorfejtésnél hatékonyabb eljárást kaptak euklideszi rácsok párosítás-entrópiájának becslésére.

Megmutatták, hogy  $d$ -reguláris fára az IID faktorok halmaza nem zárt a gyenge topológiában. Az eredményük minden olyan tranzitív gráfra is igaz, melynek spektruma nem megszámlálható. A bizonyítás Gauss saját-hullámfüggvények új konstrukciójára épül.

A pozitív gráf sejtés azt mondja ki, hogy ha egy gráf pozitív, vagyis bármilyen élsúlyozott gráfba menő homomorfizmus száma nemnegatív, akkor szimmetrikus, vagyis előáll egy megfelelő gráf két példányának egy független halmaz mentén történő összeragasztásával. Társzerzőkkel közösen megmutatták, hogy ha bármely pozitív kvantum-multigráf felírható címkézett kvantum-multigráfok megszámlálhatóan végtelen négyzetösszegeként, akkor igaz a pozitív gráf sejtés.

Megkezdtek a szofikus entrópia egy új értelmezésének kiépítését. Az eddigi munkájuk máris ígéretesen leegyszerűsítette a már publikált, igen bonyolult irodalmat, például Bowen tételét, aki a Kolmogorov–Sinai-tételt látta be a szofikus csoportok családjára.

### *Nagy hálózatok Lendület-kutatócsoport*

Napjainkban mind a természettudományok, mind a társadalomtudományok bizonyos területein (például fehérjék vagy gének együttműködési kapcsolatrendszere, az emberi agy, vagy a közösségi hálózatok, internet kutatása) fontos szerepet kap a nagy hálózatok, rendszerek megértése, működésének leírása és előrejelzése. A Nagy hálózatok Lendület-kutatócsoport ehhez úgy kapcsolódik, hogy a nagyméretű, esetleg töredékes információkat tartalmazó rendszerekhez olyan, határértékben megjelenő, folytonos struktúrát keres, melynek elméleti, analitikus elemzésével kapott eredmények az eredeti, véges hálózat új tulajdonságait mutatják meg.

A valós hálózatok egyik legkézenfekvőbb modelljei a gráfok. Ezekben egy (esetleg véletlen) folyamat során dől el, hogy a hálózat mely elemei között alakul ki kapcsolat. A 2014-es évben a gráfokra vonatkozó kutatások fő iránya a sűrű gráfok határérték-elméletének átfogóbb, funkcionálanalízisre támaszkodó megalapozása és kiterjesztése volt. Kulcsszerepet játszott a funkcionálanalízis nyújtotta absztrakt nyelvezet és a konkrét alkalmazás közti kétirányú átjárhatóság. A motivációt a véletlen gráfok olyan osztálya nyújtotta, mely a valós hálózatok modellezésekor a gyakorlatban többször is felbukkan, de amelyre a korábbi elméleti eredmények nem terjedtek ki. Sikerült belátni, hogy a gráfok határértékeire vonatkozó korábbi eredmények megfelelő általánosabb keretek között is érvényesek. Így kezelhető – többek között – a fentebb említett gráfosztály is, és a korábban ismert, szórványos egyedi példák egyesített keretet kaphattak.

Számításelméleti alkalmazásokban és sok élőlényből álló rendszerek megértésében is szerepet játszhatnak a véletlenített lokális algoritmusok: a hálózat elemei egymástól függetlenül véletlen mennyiségeket sorsolnak, majd minden elem egy rögzített nagyságú környezetében összegyűjthető információ alapján hoz egy döntést. A kérdés, hogy egy esetleg több milliárd elemből álló hálózat elemei tudnak-e úgy globálisan együttműködni, hogy a térbeli elrendezésben minden elem például csak a száz legközelebbi másikkal tud kommunikálni. Ezzel kapcsolatban sikerült leírni az egyes elemekhez tartozó véletlen mennyiségek közti korrelációk lehetséges struktúráját olyan körmentes gráfokon, ahol minden csúcs azonos számú kapcsolattal rendelkezik. Továbbá az entrópia módszerének segítségével szükséges feltételt adtak arra, hogy egy véletlen folyamat a fenti értelemben lokális (vagy lokális folyamatokkal közelíthető) lehessen.

A Fourier-analízis olyan jellegű mechanizmus, mint amikor az emberi agy a hallás során a zajokat különböző frekvenciájú hangokra bontja. Ehhez hasonló felbontás a célja (jóval általánosabb és absztraktabb esetekben) az úgynevezett magasabb rendű Fourier-analízisnek is, melynek elméleti megalapozása folytatódott a kutatócsoportban. Ennek alkalmazásaként pedig olyan algoritmust fejlesztettek ki, amely kvadratikus Fourier-analízis segítségével bizonyos idősorok folytatásait képes megjósolni, és szoftvereket fejlesztettek, amely kvadratikus Fourier-struktúrákat keres különböző idősorokban, továbbá méri a kvadratikus struktúra erősségének változásait a különböző időszakokban. Mindez akár pénzügyi adatsorok előrejelzésére is alkalmazható lehet.

### *Szaktárszertani kutatócsoport*

A csoport 2014 júliusában alakult. Ősszel 7 hétfői matematikátábor szerveztek tehetséges diákok számára, amelyekben nagyjából 200 diák vett részt. A diákok egy ilyen hétfői táborban körülbelül 14 órát foglalkoznak matematikával. A nyár folyamán két nagy nyári matematika tábor szerveztek: a MaMuT-ot (Matematikai Mulatságok Tábor) és a MaMuT2-t. Kiemelkedő hazai és nemzetközi versenyeredményekkel rendelkező, 10-18 éves diákok vettek részt a táborokban, hogy fejlesszék matematikai tudásukat. Három alkalommal tartottak matematikát és a matematika felfedeztető módon történő tanítását népszerűsítő programokat középiskolákban. Az MTA Közoktatási Elnöki Bizottsága által elbíralt szaktárszertani pályázaton a „Tehetséggondozás a felfedeztető matematikatanítás módszerével” című pályázatukkal elnyerték a bizottság támogatását.

### *Algebra osztály*

Sima áramlás politópokhoz tartozó tórikus ideálok generátorait vizsgálták. Megmutatták, hogy abban a speciális esetben, amikor a csúcsok 0-1 vektorok, már elegendően sok sima csúcs létezése is garantálja, hogy a tórikus ideál másodfokban generálható, továbbá ha a csúcsok legfeljebb egy kivételével mind simák, akkor megadható ennek az ideálnak másodfokú Gröbner-bázisa is.

Additívan idempotens kommutatív félgűrűk kongruenciáira vonatkozóan definiálták a prím tulajdonságot, úgynevezett csavart szorzatok segítségével. Megmutatták, hogy az így kapott osztály analóg tulajdonságokat mutat a kommutatív gűrűk prímideáljaival. Megadták a prím kongruenciák egy explicit leírását a tropikus féltest, ill. a kételemű idempotens féltest feletti polinom félgűrűk esetében. Kiszámították a tanulmányozott félgűrűk Krull-dimenzióját. Ezen eszközök segítségével igazolták egy 2013-as eredmény erősebb változatát, mely tekinthető a Nullstellensatz tropikus polinomokra vonatkozó megfelelőjének.

A vektorinvariánsok polarizációval generált részalgebrájával kapcsolatos Schwarzról és Hunzikertől származó sejtéseket vizsgálták és ezeket néhány esetben igazolták.

Meghatározták egy véges dimenziós vektortér Grassmann-algebrájában (más szóval külső tenzor-algebrájában) található kommutatív részalgebrák maximális lehetséges dimenzióját. Megadtak egy lineáris algebrai eljárást, amely egy kommutatív részalgebrához monomok által kifizített, vele azonos dimenziójú kommutatív részalgebrát rendel, ezáltal a kérdést visszavezették egy extrémális metsző halmazrendszerekre vonatkozó problémára. Részleges információt nyertek a maximális dimenziós kommutatív részalgebrák szerkezetéről, és példát adtak tartalmazásra nézve maximális, de nem maximális dimenziójú kommutatív részalgebrára.

Tegezrepresentációkat parametrizáló modulustereket vizsgáltak abban az esetben, amikor ezek tórikus varietások. Rámutattak, hogy adott dimenzióban ilyen modulustérből izomorfia erejéig véges sok van. Kidolgoztak egy sémát ezen tórikus varietások adott dimenzióban való osztályozására. Mindez felveti azt a kérdést, hogy tegezrepresentációknak ezen modulustereiből adott dimenzióban véges sok van-e akkor is, ha nemcsak a tórikus esetre szorítkozunk. Belátták, hogy ezen kérdés affin hányadosterekre vonatkozó analógiára a válasz igenlő.

Ismeretes, hogy egy véges transzformációcsoporthoz polinominvariánsai algebrájának az ideálosztálycsoporthoz izomorf a csoport karaktercsoportjának azon részcsoporthoz, amely a tükrözéseken eltűnő karakterekből áll. Ennek a ténynek egy új bizonyítását adták azáltal, hogy expliciten beazonosították a Krull-monoidok általános elmélete által előrejelzett oszthatósági elmélet természetes invariánselméleti interpretációját.

Legalább három rangú szabad modulusok részmodulushálóját tanulmányozták, a klasszikus (azaz testek feletti) projektív geometriát kiterjesztették tetszőleges gyűrűkre. Leírták a projektivitásokat és dualitásokat. Meghatározták a dualitást biztosító gyűrűket.

Megmutatták, hogy a szinte-gyűrűk varietásában a Huq-féle és a Smith-féle kommutátor nem esik egybe – a két kommutátor kapcsolata a kategorikus kommutátorelmélet egy nevezetes problémája.

További eredményeket értek el lokális egységelemek nélküli félcsoporthoz Morita-ekvivalenciájáról (észt–magyar akadémiai együttműködés keretében).

#### *Algebrai geometria és differenciátopológia osztály*

Azokat a Riemann-sokaságokat vizsgálták, melyekben egy görbe körüli adott sugarú cső térfogata kis sugár esetén csak a görbe hosszától és a sugártól függ. Belátták, hogy minden harmonikus tér rendelkezik e tulajdonsággal, és explicit képletet adtak a cső térfogatára a Damek–Ricci-terekben.

Egy sokaságon ható véges csoportok algebrai szerkezetét vizsgálták. Ellenpéldát találtak E. Ghys egy sejtésére, mely szerint egy kompakt sokaságra minden ilyen csoportban van a sokaságtól függő korlátos indexű kommutatív részcsoporthoz. Belátták Ghys sejtésének gyengítését korlátos indexű feloldható részcsoporthoz létezéséről.

A gráf-3-sokaságok rácspont-kohomológiájának tulajdonságait vizsgálták és bebizonyították, hogy a rácspontrendszer rangja redukálható a gráf rossz pontjainak számára. Ennek több érdekes alkalmazását adták, például az új rácspontrendszerhez rendelt többváltozós zeta sor periodikus konstansa továbbra is megegyezik a 3-sokaság Seiberg–Witten-invariánsával.

Bizonyították, hogy bizonyos komplex 2-dimenziós hiperfelület esetében a geometriai génusz az „út-0-rácspontkohomológia” Euler számával megegyezik. Ez történik például a szuperizolált vagy a Newton nem-degenerált esetekben.

Bevezették a „rövid holomorf görbecsírakat” minden lokális analitikus tér esetében. Majd meghatározták az összefüggő komponenseket hányados terek és felület szingularitások esetében. Ez a híres Nash-sejtés/szerkesztés általánosítása.

Egy felület-singularitáson értelmezett holomorf csírhoz rendelt Hodge-spektrum félfolytonosságát igazolták topológikus módszerekkel. Szükséges új apparátus volt a Seifert-forma kiterjesztése erre az esetre.

3-gömbök 5-gömbbe való immerzióinak Smale-invariánsát hasonlították össze komplex 2-terek 3-térbe való holomorf leképezéseinek analitikus invariánsaival. A Smale-invariánst analitikus invariánsokkal jellemezték és választ adtak Mumford egy régi kérdésére.

Bebizonyították, hogy a Riemann-gömb feletti parabolikus Higgs-nyalábok modulus terein a Nahm-transzformált hiper-Kaehler-izometria.

Beláttak egy olyan kapcsolatot, amely a görbék feletti logaritmikus konnexiók modulustere és bizonyos vonalkázott felületek pontszerű Hilbert-sémája között ad biracionális megfeleltetést, és új kapcsolatot teremt a Deligne–Simpson-problémával.

Ribet tétele szerint egy algebrai számtest maximális körosztási bővítése feletti Abel-varietásoknak csak véges sok véges rendű pontja van. Ezt a tételt terjesztették ki páratlan fokú étale kohomológiasoportok véges rendű elemeire a  $p$ -adikus Hodge-elmélet újabb keletű eredményeinek felhasználásával.

Kohomológia-osztályok immerziókkal való reprezentálhatóságával kapcsolatban érték el éles eredményeket. Morin-leképezések szingularitásainak illeszkedési együtthatóit számos esetben kiszámolták, illetve azonosították ezeket a komplex projektív terek stabil homotopikus csoportjait megadó spektrális sorozat differenciáljaival. Ez utóbbi azonosítást mind algebrai, mind geometriai szempontból vizsgálták, és a vele való számolást megkönnyítő szabályosságokat bizonyítottak be.

### *Algebrai logika osztály*

Egy (a Galilei relativitási elvből következő) szimmetria axióma és pár további természetes kinematikai feltevés formalizálásával megadtak egy elsőrendű logikai axiómarendszert, melynek modelljeiben a megfigyelők közötti világnép-transzformációk csoportot alkotnak a kompozícióra nézve, és karakterizálták az összes ilyen csoportot. Ezen csoportok speciális részcsoportjai a Poincaré-, illetve Galilei-csoportoknak és az euklideszi tér izometria-csoportjának. Lényeges, hogy a valós számtest helyett tetszőleges rendezett testre építik elméletüket és így a Poincaré-, Galilei- stb. csoportoknak sokkal többféle részcsoportja lehet, mint a szokásos, valós esetben.

Megmutatták, hogy a relativisztikus kinematika axiómáit tételként bele lehet interpretálni a newtoni kinematikába úgy, hogy a fényjelek segítségével újra definiálják a newtoni megfigyelők koordinátáit. Azt is megmutatták, hogy ha kihagyják a fénynél nem lassabb megfigyelőket a newtoni kinematikából, valamint alapfogalomként hozzáveszik az „Éter” fogalmát a speciális relativitáselmülethez, akkor az interpretáció „invertálhatóvá” válik, azaz a két elmélet definícióisan ekvivalens lesz.

Elsőrendű temporális logikában megadták egy olyan teljes és eldönthető axiómarendszerét a relativitáselmületnek, amely képes kifejezni az olyan alapvető relativisztikus effektusokat, mint az időlassulás, méterrúd rövidülés vagy az ikerparadoxon. Az axiómarendszer azt ragadja meg, hogy a térben inerciálisan sodródó megfigyelők hogyan tudják jelküldő kísérletekkel feltérképezni a téridőt, amiben élnek.

Olyan elsőrendű logikai definíciót szerkesztettek, minden kettőnél nagyobb  $n$  számra, amely cirkuláris ugyan, de a háttérelmélet minden modelljében pontosan egy relációt jelöl ki (tehát jó definíció), csak  $n$  változójelet használ, de a cirkularitást nem lehet eliminálni a definícióból, ha csak  $n$  változójelet tudunk használni. Ilyen definíció létezése nem volt ismeretes az  $n = 4$  esetben. Továbbá a most megadott konstrukció egységesíti és jelentősen leegyszerűsíti az eddig ismert ilyen típusú konstrukciókat.

Bizonyították, hogy a sztenderd dinamikus logika ún. *ZF*-abszolút, de nem *KPU*-abszolút. Ez a nem-abszolútság azt jelenti, hogy a dinamikus logika formalizálásánál használt halmazelméleti eszközök tulajdonságai szétválaszthatatlanul összefonódnak a modellezni kívánt jelenséggel. A dinamikus logika fontos, a cselekvések következményeiről való gondolkodáshoz ad eszközöket (pl. programok helyességének bizonyítása, vagy pedig fizikai kísérletek eredményeiről való állítások).

### *Analízis osztály*

A híresen nehéz ciklikus Hadamard-mátrixokra vonatkozó Ryser-sejtést sikerült ekvivalens formában Walsh–Fourier-analízis módszereivel átfogalmazni. Ez egy új megközelítést adott a probléma megoldására.

A Delsarte-módszer egy módosításával javított felső becslést értek el az egység távolságot elkerülő mérhető halmazok sűrűségére vonatkozóan a síkon. Sikerült megjavítani a korábban ismert legjobb felső becslést, továbbá természetes plusz feltételek esetén bebizonyították Erdős sejtését, mely szerint a síkon egy ilyen halmaz sűrűsége kisebb mint  $1/4$ . Emellett belátták, hogy a Brunn–Minkowski-egyenlőtlenség ennél is jobb becslést ad és magasabb dimenziókban is alkalmazható.

Megvizsgálták, mekkora halmazra lehet a standard 1-dimenziós Brown-mozgást megszorítani, hogy monoton, korlátos változású, vagy alfa-Hölder legyen valamilyen  $\alpha > 1/2$ -re. A színhalmazok Hausdorff-dimenziója  $1/2$ , és igazolták, hogy ennél nagyobb dimenzió nem érhető el.

Megvizsgálták azt a sejtést, hogy ha a szakaszok egy rendszeréből egyenesek rendszerét készítünk a szakaszok meghosszabbításával, akkor a Hausdorff-mérték nem változik. Megmutatták, hogy ebből a sejtésből következne a híres Keakeya-sejtés box dimenzióra vonatkozó alakja, továbbá azt is, hogy a sejtés igaz a síkon.

Az ortogonális polinomok elméletében alapvető fontosságú Christoffel-függvényről kimutatták, hogy annak a tartomány határa közelében elért nagyságrendje hogyan függ a többdimenziós csillagszerű és konvex tartományok határának simaságától.

A Bernstein-típusú konvergens interpolációs eljárást sikerült Jacobi-típusú alappontok esetére kiterjeszteni.

Nemlineáris differencia-egyenletek pozitív megoldásainak egzisztenciáját, egyértelműségét és aszimptotikus viselkedését tárták fel. Kétoldalú becsléseket adtak a több intervallum unióján tekintett Lagrange-interpoláció Lebesgue-konstansára. Belátták, hogy diszjunkt intervallumok unióján is léteznek olyan alappontrendszerek, amelyeken a Lagrange interpoláció Lebesgue-konstansa legfeljebb logaritmus nagyságrendben növekszik.

### *Diszkrét matematika osztály*

Bebizonyították a Bollobás-Eldridge gráfpakolási tétel listás általánosítását. Az ebben kidolgozott új módszer segítségével bebizonyították (additív konstans hiba erejéig) Zak gráfpakolási sejtését.

Elkezdték lineáris kört nem tartalmazó hipergráfok vizsgálatát. Az első tételekben azok erős fokszámára, függetlenségi számára vonatkozó tételeket bizonyítottak.

Meghatározták a struktúráját azoknak az irányított gráfoknak, amelyekben minden élt pontosan három kör tartalmaz.

Gráf és hipergráf Turán-problémák témakörében pontos eredményt értek egy meglehetősen széles osztály pontos Turán-számának meghatározásában. Ez elvezethet a híres Erdős–Sós–Kalai-sejtés bizonyításához.

Aszimptotikusan meghatározták, hány példányát lehet beágyazni egy adott (kis)  $P$  parciálisan rendezett halmaznak az  $n$ -elemű Boole-hálóba úgy, hogy a különböző példányok elemei páronként mind összehasonlíthatatlanok legyenek.

Régen ismert, hogy az  $n$ -elemű halmaz hány részhalmaza választható ki úgy, hogy ezek a halmazok páronként metszők legyenek. Most azt vizsgálták meg, hány halmaz választható ki, ha a feltétel az, hogy a (különböző) halmazok páronkénti uniói metszik egymást. Általánosabban, páronkénti unió helyett  $t$ -szeres unióra, illetve páronkénti metszés helyett pedig  $s$  elemű metszésre is sok eredmény született.

A tiltott részben rendezett halmaz extrémális problémájával kapcsolatban a legfontosabb, hogy csökkentették az általános, asimptotikus felső korlátot. Néhány speciális példában a pontos korlátot is meghatározták. Ezenkívül találtak egy változatot az Erdős–Szekeres-tételre a részben rendezett halmazok területén.

Online lista-színezések területén megjavították a teljes páros gráfra vonatkozó felső korlátot.

Gráfok lokális kromatikus számának tulajdonságait vizsgálták, permutáció gráfok lista-színezésére adtak hatékony algoritmust.

A rekurzív többségi függvény véletlenes döntési fa bonyolultságára adtak éles becslést.

Alapvető fontosságú tételt bizonyítottak álvéletlen gráfok konstrukciójáról. Belátták, hogy a lényegi expanzió lokális tulajdonságokból is következik, amivel megbízható hálózatok egy nagy családjának konstrukciója válik lehetségessé. Ennek segítségével – egyéb alkalmazások mellett – egy alternatív bizonyítást adtak Freedman egy topológikus kérdésére.

Újabb kvázi-véletlen tulajdonságokat fedeztek fel bizonyos esetekben a releváns paraméterektől függően. A bizonyítás a gráf-limesz elméletére, és egy ezen belül kialakított módszerre alapul. Ezek lehetőséget adnak a kombinatorikai probléma analízis problémára, majd ennek algebrai problémára való átfogalmazására.

Kidolgozták a véges dimenziós lineáris reprezentációk konvergencia elméletét. Az elmélet a ritka gráfok limeszelméletének általánosítása. Ennek segítségével karakterizálták ferdetestek amenabilitását. Bebizonyították, hogy a szabad ferdetest szofikus. Leírták a lamplighter csoport racionális lezártját.

Az  $n$ -dimenziós  $q$ -adrendű projektív tér  $t$ -szeres  $(n-k)$ -lefogó ponthalmazokkal kapcsolatos kérdéseket vizsgáltak. Az ún. Általános Linearitási Sejtés szerint a nem túl nagy méretű  $t$ -szeres  $(n-k)$ -lefogó ponthalmazok előállíthatók  $t_i$ -szeres  $(n-k)$ -lefogó ponthalmazok uniójaként, ahol  $t$  a  $t_i$  számok összegeként áll elő, feltéve, hogy  $t$  nem túl nagy. Sikertelenül próbálták belátni a Linearitási Sejtést belátni  $t$ -szeres 1-lefogó ponthalmazok egy családjára.

Folytatták a Regularitási Lemma alkalmazásaival kapcsolatos kutatásokat, implementálták az algoritmikus Regularitási Lemmát. Erre alapozva kidolgoztak egy klasztering algoritmust, amit sikerrel alkalmaztak konkrét adatbázisokra.

Bevezették a Dilworth-sebességnek nevezett gráfparamétert, ami a Witsenhausen-sebesség általánosítása irányított gráfokra. A Sperner-kapacitással való szoros kapcsolat mellett tisztázták, hogy a Dilworth-sebességnek felső korlátja a Neumann-Lara által 1982-ben bevezetett dikromatikus szám, illetve annak frakcionális változata, és ennek segítségével sikerült megadni a Dilworth-sebesség értékét néhány konkrét irányított gráf esetén.



Anti-Ramsey-típusú kérdések kapcsán természetesen felmerül egy analóg probléma, ahol az élszínezést az élek irányítása helyettesíti. A kérdés az, hogy legalább hány különböző irányítást kell megadni az  $n$  csúcús teljes gráf éleinek ahhoz, hogy minden háromszög legalább az egyik irányításnál ciklikusan legyen irányítva. A problémát tetszőleges hosszúságú körökre is sikerült megoldani.

A fokszámsorozatokkal kapcsolatos problémákban befejezték a Joint Degree Matrix (JDM) probléma egzisztencia kérdésének teljes vizsgálatát. Részleges eredményeket értek el mintavételezési problémákban. Megmutatták, hogy az ún. kiegyensúlyozott JDM realizációkon értelmezhető MCMC eljárás gyorsan kever.

Klasszikus, többrészes extremális halmazrendszerekkel kapcsolatos eredményeket általánosítottak részben rendezett halmazokra.

Több szempontból tanulmányozták gráfok éldekompozícióit. Az úgynevezett feloldható dekompozíciók klasszikus témakörében olyan típusokat vizsgáltak, amelyeknek minden egyes párhuzamos osztálya azonos részekből áll, nevezetesen 3 csúcús út vagy kör, illetve 3 élű csillag. Az első két típusra pontosan meghatározták, hogy a teljes gráfhhoz vagy az abból egy teljes párosítás elhagyásával kapott gráfhhoz a két osztálynak milyen lehetséges kombinációi állhatnak elő. Általános gráfoknak egy adott gráffal izomorf feszített részgráfokra történő dekompozícióihoz aszimptotikus korlátokat adtak a lehetséges legnagyobb élszámra a csúcusszám függvényében.

Megmutatták, hogy „most mirrors are even more magic”, ami azt jelenti, hogy a legtöbb konvex tükörben a sík legtöbb pontja kontinuum sokszor látja önmagát, ahol mindkét „legtöbb” Baire-kategória értelemben értendő.

Meghatározták, hogy egy  $K$  konvex test egy pontján át átlagosan hány affin átmérő megy. Ez a szám érdekes, nem-folytonos paramétere a  $K$  konvex testnek.

Megjavították a sokat vizsgált  $d$ -dimenziós ponthalmazok box-fedési számára korábban adott korlátokat, az új korlát már igen közel van a lehető legjobbhoz.

Belátták, hogy egy véges csoportban van olyan ciklikus részcsoport, amelynek indexe a csoport Noether-indexének függvényében korlátos. Lie-típusú egyszerű csoportokra belátták, hogy a Noether-szám a csoport rendjének egynél kisebb hatványával korlátozható.

### *Geometria osztály*

Bizonyos 3D konvex testekre az elhelyezési sűrűségről új eredményeket bizonyítottak. Több új 3D poliéder családot találtak, amelyek nem darabolhatók fel tetraéderekre új csúcsok bevétele nélkül.

Belátták, hogy egy  $p$   $n$ -edfokú komplex polinom összes gyöke az egységkörlemez belsejében van, akkor az egységkörvonal minden  $z$  pontjára  $p'(z) / p(z)$  abszolút értéke nagyobb, mint  $n/2$ .

Belátták, hogy az  $n$  dimenziós keresztpolitóp elhelyezési sűrűsége exponenciálisan 0-hoz tart.

Aszimptotikus formulát bizonyítottak konvex test köré írt véletlen politóp és a test térfogatkülönbségének várható értékére, illetve aszimptotikus felső korlátot adtak a körülírt véletlen politóp térfogatának szórására, feltéve hogy a konvex test szabadon siklik egy gömbben.

Aszimptotikus felső korlátot bizonyítottak  $C^2$  határu olyan konvex lemezekbe írt véletlen körpolitónok csúcusszámának szórására, amelyek egységkörlapok metszeteként állnak elő.

Belátták, hogy adott lapterületekkel rendelkező konvex politópok térfogatának infimuma 0.

Egy gráfot  $k$ -paraméterű szemialgebrai gráfnak neveznek, ha csúcsai reprezentálhatók  $R^k$  pontjaival úgy, hogy két csúcst akkor és csak akkor köt össze él, ha a megfelelő pontok koordinátái eleget tesznek legfeljebb  $k$  darab legfeljebb  $k$ -adfokú polinommal leírható egyenlőtlenségnek vagy egyenletnek. Ezek a gráfok sokkal kedvezőbb kombinatorikai tulajdonságokkal rendelkeznek, mint a legtöbb egyéb gráf. Bizonyították az általánosnál jóval erősebb Turán-típusú és Ramsey-típusú tételeket fix paraméterű szemialgebrai gráfokra és hipergráfokra. Bebizonyították a Szemerédi Regularitási Lemma egy igen erős, szinte „tökéletes” változatát ilyen gráfokra és hipergráfokra, és ezt sikerrel alkalmazták számos geometriai probléma megoldására.

Bebizonyították, hogy minden  $n$  egyenesből álló elrendezés kiszínezhető  $O\sqrt{n/\log n}$  színnel úgy, hogy semelyik cella határoló egyenesei sem egyszínűek.

### *Halmazelmélet és topológia osztály*

Megvizsgálták, hogy hány páronként diszjunkt, összeadásra zárt Borel-részre lehet felbontani a számegyenesest. Találtak olyan modellt, amelyben a válasz megszámlálható és kontinuum között van.

Topologikus terek altereinek egy  $P$  tulajdonságát megadva definiálhatjuk a  $P$ -korlátos tereket úgy, hogy bennük bármely  $P$  tulajdonságú altér lezárja kompakt. Megvizsgálták a  $P$ -korlátos tereket  $P$  következő három választása mellett: 1. megszámlálható diszkrét, 2. megszámlálható sehol-sem-sűrű, 3. megszámlálható súlyú. Ezzel a megszámlálhatóan kompakt és az omega-korlátos terek osztályai közé eső érdekes térosztályokat kaptak. ZFC példákat adtak, amelyek megmutatták, hogy ezen korlátossági tulajdonságok, illetve minden értelmes kombinációjuk is különböznek egymástól.

Vizsgálták az általuk anti-Uriszonnak nevezett tereket, melyek olyan Hausdorff-terek, amikben bármely két nem-üres reguláris zárt halmaz metszi egymást. Belátták, hogy bármely végtelen számossághoz van ilyen számosságú anti-Uriszon tér. Egy topologikus tér erősen anti-Uriszon, ha nem tartalmaz diszjunkt végtelen zárt halmazokat. Konzisztens példákat adtak erősen anti-Uriszon terekre, azonban egy ZFC példa létezése nyitott kérdés maradt.

Sikerült teljes választ adniuk egy 70-es évek óta sokat vizsgált kérdésre, hogy Baire-1 függvényekből álló láncoknak milyen lehet a rendtípusa.

Kechris és Louveau dolgozta ki a Baire-1 függvényeken értelmezett rangok elméletét. Ezt terjesztették ki a Baire-alfa függvényosztályokra, majd ennek alkalmazásaként megoldottak egy paradox geometriai átdarabolásokkal kapcsolatos problémát.

### *Számelmélet osztály*

Az osztály két tagja részt vett a Polymath 8 projekt prímek közti korlátos hézagokra vonatkozó Zhang-féle bizonyítás javítását célzó kutatásban, amelynek eredményeképp a több mint kétezer éves ikerprím-sejtés egy gyengített változatát bizonyították. Az eredeti ikerprím-sejtés szerint minden határon túl előfordulnak olyan prímpárok, amelyek különbsége csupán kettő. A projekt eredményeként adódott, hogy ha nem is a kettő, de valamilyen, 246-nál nem nagyobb páros szám végtelen sokszor előfordul egymást követő prímek közti hézagként. A szükséges módszerek továbbfejlesztésével sikerült több régi problémára is megoldást találni, melyeket többségében Erdős Pál fogalmazott meg sejtésként 60-70 évvel ezelőtt.

Már Gauss vizsgálta a 18. század végén kvadratikus számtestek osztályszámát és azt, hogy mely esetekben lehet ez az osztályszám 1. Az intézet kutatói valós kvadratikus számtestek egy speciális családjára (az ún. Richaud–Degert-testekre) vonatkozóan vizsgálták azt a klasszikus problémát, hogy az osztályszám mikor lehet 1. A Yokoi-féle testek esetére mintegy tíz évvel ezelőtt adott bizonyítást sikerült kiterjeszteniük, ha nem is az összes Richaud–Degert-testre, de ezeknek egy nagy részalmazára. A kiterjesztéshez új ötletekre és sok számítógépes munkára is szükség volt.

Az additív kombinatorika a modern matematika egyik leggyorsabban fejlődő ága, többek közt olyan kérdéseket vizsgál, hogy mit mondhatunk két (gyakran egész számokból álló) halmaz elemeinek összegeiből, különbségeiből, vagy szorzataiból álló halmaz tulajdonságairól. Sikerült különböző ilyen irányú eredményeket elérni, többek közt az összeghalmaz és a szorzathalmaz kapcsolatáról, valamint összeghalmazok multiplikatív tulajdonságaival kapcsolatban. A bizonyítások részben kombinatorikus jellegűek, részben analitikus, nagy szítán és karakter összegek becslésén alapulnak. Más vizsgálatokban prímtestekben úgynevezett nagyító és lefedő polinomokkal kapcsolatban értek el eredményeket. Ezek az eredmények eredetileg a számítástudományból érkeztek és ezekhez is kapcsolhatóak. Olyan kérdéseket is vizsgáltak, amelyek differenciahalmaz vizsgálatára vezetnek, elsősorban a pozitív Fourier-sorokra épülő Delsarte-módszer változataival. Az alapelveket leíró cikk megjelent. Előkészületben van az egységtávolságú pontokat nem tartalmazó síkbeli és többdimenziós halmazok sűrűségéről szóló tanulmány. Kidolgozták a kombinatorikus nullhelytétel egy kvantitatív változatát.

Az analitikus számelmélet egyik legfontosabb kérdése bizonyos komplex függvények becslése. Itt egy klasszikus módszer a konvexitási tétel alkalmazása, mellyel két függőleges egyenesen ismerve a függvény nagyságrendjét felső becslést kapunk a köztes sávban levő nagyságra. Az ezt meghaladó becsléseket hívják szubkonvex becsléseknek, és ezeknek az analitikus számelmélet több ágában kiemelkedő jelentőségük van. Az automorf formákra vonatkozóan sikerült igen fontos ilyen szubkonvexitási tételeket elérniük.

### *Valószínűség-számítás és statisztika osztály*

A matematikai fizikában és meteorológiában fontos Lorenz-folyamatok keverési sebességét vizsgálták. Egy régóta nyitott sejtés szerint a keverési sebesség az idő exponenciálisan gyorsan lecsengő függvénye. E sejtés bizonyításában lényeges előrehaladást értek el. Ezt a kutatást a Bécsi Tudományegyetem Ergodic Theory and Dynamical System Group és a Warwick egyetem EDTS szeminárium tagjaival együtt folytatták. Ehhez a kutatáshoz kapcsolódóan vizsgálták egy fizikai szempontból természetes hővezetési egyenlet korrelációs lecsengését, illetve bebizonyították a két hulló golyóból álló rendszerek korrelációjának szuperpolinomiális lecsengését is.

Foglalkoztak a klasszikus bolyongások néhány bonyolultabb kérdésével. A Walsh által 1978-ban bevezetett úgynevezett spider struktúrájú bolyongás esetén a bolyongás helyének maximumára bizonyítottak határeloszlástételt, invariancia elvet és egyvalószínűsű határeloszlástételt. Tartalmas leírást adtak arról, hogy egy a helytől függő átmenetvalószínűségekkel rendelkező anizotropikus bolyongás mikor tranziens és mikor rekurrens.

Megjavították a több bemenetű aszinkron csatornák hibaexponensére adott korábbi eredményüket. A pénzügyi matematikában folytatták az információelméleti motivációjú „multiple priors” kockázatmodell vizsgálatát, és új feltételeket adtak a maximális kockázatot realizáló eloszlás létezésére.

Jó becslést adtak néhány speciális, de bizonyos alkalmazásokban fontos Markov-lánc keverési idejére. Olyan esetekkel foglalkoztak, ahol egy kört néhány véletlen éllel egészítenek ki. Ez lehetővé tette, hogy a gépi tanulás bizonyos modelljeiben megjavítsák az optimális stratégia megtalálásához szükséges időre adott korábbi alsó és felső becsléseket.

Tekintették független valószínűségi változók összegeiből álló valószínűségi változók családjait, és ezek szuprémumára bizonyos fontos esetekben éles becslést adtak. Olyan eseteket tudtak tárgyalni, amelyek vizsgálata a hagyományos módszerek segítségével, amelyek háttérében a centrális határeloszlástétel van, nem lehetséges. A vizsgált modellekben ugyanis bizonyos irreguláris jelenségeknek döntő hatása van, és olyan új módszerek kidolgozására volt szükség, amely ezeket figyelembe veszi. Ezenkívül az erősen függő valószínűségi változók összegeiről szóló határeloszlástételek vizsgálatában fontos Wiener-Itô-integrálokról írt Lecture Note-nak elkészítették egy bővített változatát, amelyet a Springer kiadó megjelentetett.

Erősen keverő Markov-mezőkre olyan egyenlőtlenséget bizonyítottak, amely egy mértéknek a stacionárius eloszlástól való Wasserstein-távolságát becsli a korlátos méretű kockákon vett feltételes eloszlásoknak a specifikációktól való Wasserstein-távolságának a segítségével. Ez lehetővé teszi a logaritmikus Sobolev-egyenlőtlenségnek a korábban ismerteknél egyszerűbb bizonyítását.

Tanulmányozták gráfok bizonyos genetikai vizsgálatokban fontos tulajdonságait. Megmutatták, hogy polinomiális idő alatt eldönthető, hogy egy fokszámsorozatnak létezik-e olyan realizációja, amelyben a pontok egy halmaza és a komplementere között előírt számú él megy. Megmutatták, hogy a swap operációk nem elégségesek ahhoz, hogy bármely ilyen kényszerfeltételnek megfelelő realizációt egy másikba vigyünk, megtartva a kényszerfeltételt. Ugyanakkor a swapok és dupla swapok már elégségesek ehhez.

Vizsgáltak ergodikus sorozatokkal kapcsolatos statisztikai problémákat. Bináris ergodikus folyamatokra pontonként konzisztens becslést adtak a legközelebbi nulla jel megjelenéséig hátralévő időre. Az algoritmus csak megállítási idők egy sorozatára ad becslést, amely általában nagyon ritka is lehet. Ha azonban a vizsgált bináris ergodikus folyamat felújítási folyamat, akkor egy sűrűségű a megállítási idők sorozata.

Vizsgálták síkbeli sztochasztikus folyamatok fázisátmeneteit stacionárius és közel-kritikus dinamikák szempontjából. Eredményeket értek el az ebben az elméletben fontos SLE(6) görbe jobb megértésében. Bebizonyították a kritikus bootstrap perkoláció zajérzékenységét a négyzet rácson és zajstabilitását a véletlen  $d$ -reguláris gráfon.

Foglalkoztak a pénzügyi matematika néhány természetes problémájával. Olyan befektetési problémákat vizsgáltak, ahol a befektetői viselkedés valóságos (azaz egy bizonyos áhított vagyoni szint felett a befektető kockázatkerülő, alatta kockázatkereső). Elsőként bebizonyították optimális stratégiák létezését folytonos idejű modellek egy nemtriviális osztályában. Diszkrét idejű befektetéseknél ellenpéldát készítettek, amely rámutat arra, hogy a korábbi eredményeknél miért kellett bizonyos pluszfeltevéseket tenni. Egyik tételük jellemzi azon kezdőtőke nagyságát, amelyből egy jövőbeli kifizetés fedezhető egy úgynevezett illikvid piacon (ahol a részvények nem adhatók-vehetők tetszőleges mennyiségben egy adott áron).

Foglalkoztak bizonyos véletlen gráfmodellekkel. Ezeket a gráfmodelleket kiterjesztették az ún. „spatial beta” modellre is. Annak háttérében, hogy ezzel a kérdéssel komolyan foglalkoztak, a Barabási-modell és azzal kapcsolatos problémák vizsgálata áll.

## *Alkalmazások*

A Rényi Intézetben végzett kutatások döntő többségét a matematika belső fejlődése által felvetett kérdések vizsgálata alkotja. A felfedező kutatások mellett az intézet próbálja alkalmazni az alapkutatásokban elért új eredményeit, valamint a matematika bevált módszereit más területeken is. Ennek során elvégezték egy születési szívrendellenességeket elemző orvosi cikksorozat statisztikai számításait, és továbbfejlesztettek egy a szállítmányozás ütemezésének optimalizálására kidolgozott algoritmust.

Az intézet munkatársai 2014-ben kollaborációt kezdtek a KOKI Agykéreg Kutatócsoportjával, melynek keretében hálózatelemzési módszerekkel azt a kérdést szeretnék megválaszolni, hogy a hippokampuszban kialakuló magasfrekvenciájú, ún. „ripple oszcillációt” milyen neuronhálózati kapcsolatok alakítják ki. A munkába több a Budapest Semesters in Mathematics-t látogató diák is bekapcsolódott. A kollaboráció 2015-ben is folytatódik, az eddigi eredményekből egy poszter került bemutatásra a Magyar Idegtudományi Társaság 2015 januári konferenciáján.

Az első akadémiai Lendület projekt keretében létrejött, véglegesített Kriptográfiai kutatócsoport sikeres 2014-es évet zárt. Az év egyik legfontosabb eseménye a CECC (Central European Conference on Cryptology) konferencia volt, melyre a Rényi Intézetben került sor a kutatócsoport tagjainak aktív részvételével. A konferencia több mint 50, főleg külföldi résztvevője nagyon sikeresnek ítélte meg a rendezvényt. Az elhangzott előadások egy része cikk formájában a *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica* folyóirat speciális köteteként fog megjelenni. A kutatócsoport 2014-ben folytatta a korábban sikeres kutatásait, melyek elsősorban a feltétel nélküli biztonságú kriptográfiai eljárások vizsgálatára irányultak. Egy, a gráf alapú titokmegosztási rendszerek biztonságához szükséges titokrész-méreték mértékére alsó becslést adó alapvető módszert, egy Erdőstől és Pybertől származó gráfelméleti eredményt sikerült általánosítaniuk egy lényegesen egyszerűbb konstrukció megadásával, továbbá azt is megmutatták, hogy a módszer lényegében egy kettes faktortól eltekintve nem is adhat jobb eredményt az általuk megmutatott korlátnál. Kutatásaik megmutatták az entrópia tartomány alakjára vonatkozó kérdések fontosságát. E kutatások melléktermékeként dolgoztak ki hatékony algoritmust magas dimenziós, implicite megadott konvex poliéderek csúcsainak felsorolására. Az algoritmus nemzetközi feltűnést keltett, és a „SET OPTIMIZATION meets FINANCE” konferencián meghívott előadásként ismertették. Az entrópia tartomány alakjáról szóló eredmények és azok elérésére szolgáló módszerek bemutatására meghívást kaptak egyhetes iskola tartására Bogotába (Kolumbia), valamint a prágai Sztochasztika konferenciára, ugyancsak meghívott előadóként.

## *A kutatók szakmai előmenetele*

Az intézet munkatársai közül 2014-ben egy fiatal kutató szerezte meg a PhD fokozatot. Az év végén 9 akadémikus (a statisztikai állományi létszám szerint 7), 33 akadémiai doktor (stat. 27) és 44 PhD fokozattal rendelkező, illetve kandidátus (stat. 41) dolgozott az intézetben, 24-en (stat. 21) még nem szereztek tudományos fokozatot. Emellett 12 kutatóprofesszor emeritus/emerita vesz részt az intézet tudományos munkájában (közülük 7 akadémikus, 5 akadémiai doktor). Nagy hangsúlyt fektetnek a fiatal – PhD tanulmányaikat folytató vagy éppen azt befejező – tehetségek bevonására az intézeti kutatómunkába. 2014 folyamán további 4 fiatal kutatót alkalmaztak az Akadémia által biztosított új, illetve megüresedett fiatal kutatói álláshelyeken. Ezekkel együtt 2014-ben összesen 18 fiatal kutató dolgozott az intézetben. Az intézet szerződéses kapcsolatban áll a Közép-Európai Egyetemmel (CEU), amelynek keretében 12 doktorandusz munkáját irányította intézeti kutató.

## **b) Tudomány és társadalom**

Az intézet alapkutatási témáinak többsége sajnos nem alkalmas a társadalommal folytatott párbeszéd közvetlen tárgyának. Ugyanakkor a kutatók nemzetközi sikerei a médiában is megjelenítették az intézetben folytatott kutatásoknak a jelentőségét.

Az intézet munkatársai fontos szerepet vállalnak a matematika népszerűsítésében, ismeretterjesztő előadásokat tartanak középiskolások és egyetemisták számára. Rendszeresen sor kerül a Magyar Tudomány Ünnepe keretében az intézeti bemutatkozó rendezvényre, ahol elsősorban középiskolások és tanáraik tájékozódhatnak a matematikusi pálya kihívásairól és szépségeiről. Az intézet munkatársai részt vesznek a matematikai tehetségek gondozásában, 2014 során is számos matematikai tábort és más rendezvényt szerveztek a tárgy iránt érdeklődő diákoknak. Az intézet szakmai hátteret biztosít a középiskolák speciális matematikai tagozatainak tanárainak is.

### **III. A kutatóhely hazai és nemzetközi kapcsolatai 2014-ben**

#### *Hazai kapcsolatok*

Az intézet kutatói több budapesti és vidéki felsőoktatási intézmény (ELTE, BME, Szegedi Tudományegyetem, Pannon Egyetem stb.) munkájában vesznek részt. Különösen jelentős a szerepük a doktorképzésben és a mesterszakos képzésben. Az intézet kutatói közül 16-an tőrzstagok különböző doktori iskolában, 49 doktorandusz munkáját irányítják témavezetőként. Kiemelt jelentőségű az intézet számára a Közép-Európai Egyetem (CEU) Matematikai Tanszékével folytatott együttműködés. A CEU matematikai doktori és mesterképzési programjának oktatói és témavezetői zömében az intézet kutatói közül kerülnek ki. A tanszék vezetője, és a doktori program irányítója is az intézet munkatársa. A Budapest Semesters in Mathematics angol nyelvű egyetemi rész képzési program oktatóinak java része is az intézet kutatója. Ez a program az amerikai egyetemekre viszi el a magyar matematika híreit, és mintául szolgál más nemzetközi oktatási programoknak is. Az intézet számára nagy jelentőségű a tudományos utánpótlással való közvetlen kapcsolat, ennek jegyében 2014-ben az intézet 66 munkatársa, a teljes kutatói létszám 69%-a oktatott valamelyik hazai felsőoktatási intézményben, 2 TDK-dolgozat, 19 alapszakos és 19 mesterszakos diplomamunka témavezetését látták el az intézet kutatói.

Az akadémiai megújítási program részeként ismét lehetőség nyílt arra, hogy egyetemi kollégák egy vagy két szemesztert oktatási feladataiktól mentesülve az intézetben tölthessenek vendégkutatóként. E program keretében 2014 folyamán a BME-ről négy, az ELTE-ről hat, a Szegedi Tudományegyetemről pedig egy oktató kapcsolódott be a Rényi Intézetben folyó kutatómunkába.

Az intézetben heti rendszerességgel folyó szakmai szemináriumok munkájában igen nagy számban vesznek részt más intézmények, köztük vidéki egyetemek munkatársai is, ezáltal ezek a szemináriumok az egész hazai matematikai életre jelentős hatást gyakorolnak.

A Rényi Intézet kutatói a matematikai közélet feladataiból hagyományosan számarányukon felül veszik ki részüket. Ezek között említhető az MTA Matematikai Tudományok Osztályában és akadémiai bizottságokban, az OTKA testületeiben, a Bolyai János Matematikai Társulatban (BJMT) végzett munka. Az MTA III. Osztály elnöke, az MTA Matematikai Bizottság elnöke és titkára, a Matematikai Doktori Bizottság titkára, a Bioinformatikai Osztályközi Állandó bizottság egyik alelnöke valamint titkára, az AKT Matematikai és Természettudományi szakbizottságának elnöke, az OTKA Matematikai Zsűri elnöke, a BJMT elnöke, tudományos szakosztályának elnöke és titkára, alkalmazott matematikai szakosztályának alelnöke, a Magyar Bioinformatikai Társaság főtitkára mind a Rényi Intézet kutatói.

### *Nemzetközi kapcsolatok*

Az intézet kutatói igen széleskörű nemzetközi kapcsolatokkal rendelkeznek. A társszerzős munkák zömében a szerzők között az intézeti kutató(k) mellett külföldi matematikusokat találunk. Közös projektek és közösen szervezett konferenciák is jellemzőek.

Az intézet munkatársai közül 2014-ben huszonheten vettek részt nemzetközi konferencia szervezésében, néhányan közülük több alkalommal is. Az intézetben tartott események közül kiemelkedő jelentőségű volt a „Graph limits, groups, and stochastic processes” című nyári iskola és workshop, valamint a „Sum(m)it: 240” konferencia. Az intézetben dolgozó fiatal kutatók szervezésében immár ötödik alkalommal került sor az ún. „Emléktábla Workshop”-ra. Az MTA, illetve Tét kétoldalú cserekapcsolatok keretében megvalósult utazások sikeresen szolgálták a tudományos együttműködést, segítségükkel eredményes közös kutatások folyhattak, hasznos információcserére, illetve konferencia-részvételre nyílt lehetőség.

Az intézet kutatói összesen tíz nemzetközi tudományos bizottságban vettek részt, például a European Set Theory Society alelnöke is a Rényi Intézet kutatója. 156 alkalommal szerepel intézeti kutató neve nemzetközi folyóirat szerkesztő bizottságának névsorában. A munkatársak 2014-ben összesen 301 előadást tartottak nemzetközi rendezvényeken, ezek közül sokat meghívott, illetve plenáris előadóként.

Az intézetből 2014-ben tíz kutató volt távol fél évnél hosszabb ideig a következő külföldi intézményekben: University of Chicago (USA), City University of New York (USA), National Science Foundation (USA), University of Washington (USA), École Polytechnique Fédérale de Lausanne (Svájc), Lancaster University (Anglia), Georg-August-Universität Göttingen (Németország), Université Catholique de Louvain (Belgium), Université de Toulouse (Franciaország).

Az intézeti kutatók által elnyert ERC támogatások és a Lendület projektek keretéből, illetve más forrásokból összesen 16 külföldi kutató dolgozott az intézetben 1–6 hónapot (az összesített időtartam 28 hónap), többek között Franciaországból, Olaszországból, Németországból, Izraelből, az USA-ból, Kanadából és Chiléből. Az intézetben rövidebb időt töltő külföldi látogatók száma 2014-ben – a konferenciák résztvevőit, illetve az alkalmazásban lévőket nem számítva – meghaladta a 70-et.

#### **IV. A 2014-ben elnyert fontosabb hazai és nemzetközi pályázatok rövid bemutatása**

##### *Hazai pályázatok*

Az intézet a korábbi évek gyakorlatának megfelelően mind a beadott pályázatok, mind a nyertes pályázatok számát tekintve 2014-ben is jól szerepelt a hazai OTKA pályázatokon. 2014-ben újabb négy kutatási és egy posztdoktori OTKA pályázat nyert el támogatást. Összességében az OTKA projektek támogatása intézeti szinten a korábbi évekhez képest kismértékben csökkent.

##### *Nemzetközi pályázatok*

A Rényi Intézet a matematikai felfedező kutatási projektjeivel nemzetközi szinten a legnagyobb eredményességgel az EU European Research Council (ERC) kiírásaira és a mobilitási (Marie Curie) kiírásaira tud pályázni. 2014 az FP7-ből a H2020-be való átmenet éve volt, már csak néhány FP7-es pályázat eredményhirdetése zajlott, és a H2020 pályázatokat még csak kiírták. 2014-ben kezdődött az intézet ötödik, az előző év végén elnyert ERC projektje „Limits of discrete structures” címmel. A kutatás témája részben kapcsolódik két korábbi Lendület projekthez, valamint több Marie Curie mobilitási ösztöndíjhoz, így a különböző helyről származó források együttesen egy jelentős méretű nemzetközi kutatócsoport létrehozását teszik lehetővé.

A kifutó 7. keretprogram keretében még egy további egyéni kutatói mobilitási pályázatot adtak be külföldön élő magyar kutatók, amely nyert és 2014-ben el is kezdődött, illetve egy már korábban elnyert mobilitási program előkészítése zajlott.

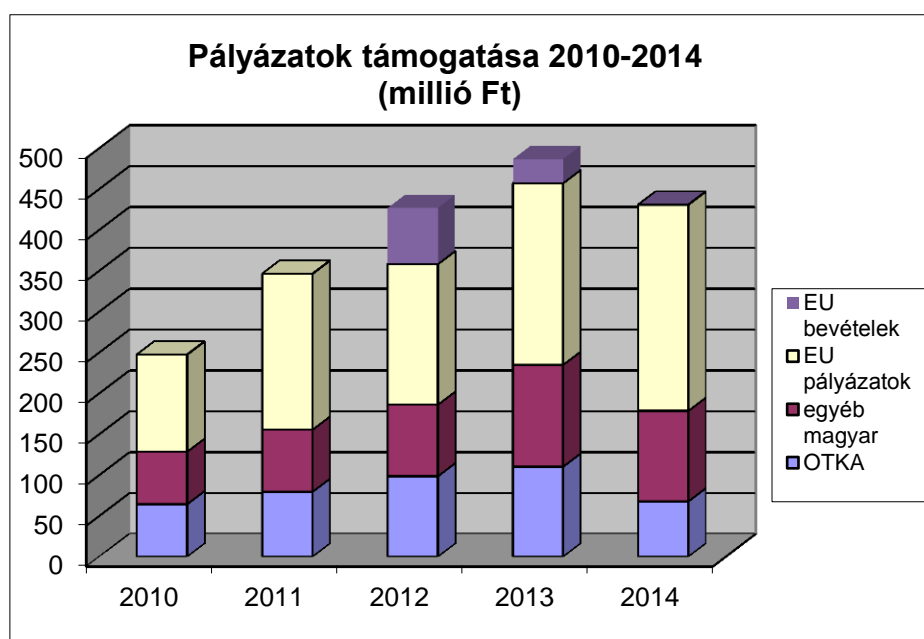
Az új, H2020 ERC projektekre egy sikeres Consolidator és egy Advanced Grant pályázat került beadásra, melynek eredményhirdetése 2015 elején várható.

Összességében az intézet 2014. évi pályázatokból származó bevétele kis mértékben elmaradt a 2013. évi hasonló bevételeitől (de meghaladja a korábbi évek ilyen bevételeit). Az itthoni OTKA és akadémiai (Lendület) pályázati bevételek elmaradtak a 2013. évitől (mely részben annak is következménye, hogy az intézet első Lendület projektje lezárult és támogatása beépült a felügyeleti támogatásba), míg az EU-ból származó, 2014-re elszámolt nemzetközi pályázati bevételek megint meghaladták minden korábbi év hasonló bevételeit, elérték az intézet összbevételének 25%-át. A korábbi COGANGS projekt kifutásával megszűntek az egyéb EU-ból származó bevételek. Összességében 2014-ben a pályázati bevételek az intézet bevételének 44%-át adták.

A futó Lendület, OTKA és EU-s, a 2014-től futó új ERC Consolidator és a 2015 elején elnyert és még 2015 első félévében beinduló legújabb ERC Consolidator pályázatok együttesen biztosítják, hogy a pályázati bevételek várhatóan ne csökkenjenek 2015-ben nagyobb mértékben.



A következő diagram mutatja a pályázati bevételek alakulását az elmúlt 5 év folyamán.



#### V. A 2014-ben megjelent jelentősebb tudományos publikációk

1. Abért M, Glasner Y, Virág B: Kestens theorem for invariant random subgroups. Duke Math J, 163:(3) 465-488 (2014) <http://real.mtak.hu/21938>
2. Andréka H, Madarász XJ, Németi I, Stannett M, Székely G: Faster than light motion does not imply time travel. Classical Quant Grav, 31:(9) Paper 095005 (2014) <http://real.mtak.hu/21939>
3. Ánh PN, Gould V, Grillet PA, Márki L: Commutative orders revisited. Semigroup Forum, 89:(2) 336-366 (2014) <http://real.mtak.hu/21940>
4. Balogh J, Barát J, Gerbner D, Gyárfás A, Sárközy GN: Partitioning 2-edge-colored graphs by monochromatic paths and cycles. Combinatorica, 34:(5) 507-526 (2014) <http://real.mtak.hu/21941>
5. Bárány I, Pach J: Homogeneous selections from hyperplanes. Journal Comb Theory B, 104: 81-87 (2014) <http://real.mtak.hu/21926>
6. Bowden J, Crowley D, Stipsicz AI: Contact structures on  $M \times S^2$ . Math Ann, 358:(1-2) 351-359 (2014) <http://real.mtak.hu/9951>
7. Csépe Z, Makra L, Voukantsis D, Matyasovszky I, Tusnády G, Karatzas K, Thibaudon M: Predicting daily ragweed pollen concentrations using computational intelligence techniques over two heavily polluted areas in Europe. Sci Total Environ, 476-477: 542-552 (2014) <http://real.mtak.hu/21927>
8. Domokos M: Invariant theoretic characterization of subdiscriminants of matrices. Linear Multilinear A, 62:(1) 63-73 (2014) <http://real.mtak.hu/21928>
9. Elekes M, Steprans J: Haar null sets and the consistent reflection of non-meagreness. Can J Math, 66:(2) 303-322 (2014) <http://real.mtak.hu/21929>

10. Enright J, Stewart L, Tardos G: On list colouring and list homomorphism of permutation and interval graphs. *SIAM J Discrete Math*, 28:(4) 1675-1685 (2014) <http://real.mtak.hu/21930>
11. Füredi Z, Jiang T: Hypergraph Turán numbers of linear cycles. *Journal Comb Theory A*, 123:(1) 252-270 (2014) <http://real.mtak.hu/21931>
12. Castryck W, Fouvry É, Harcos G, Kowalski E, Michel P, Nelson P, Paldi E, Pintz J, Sutherland AV, Tao T, Xie XF: New equidistribution estimates of Zhang type. *Algebr Number Theory*, 8: 2067-2199 (2014) <http://real.mtak.hu/21932>
13. Kroó A, Szabados J: On multivariate incomplete polynomials on starlike domains. *Constr Approx*, 39:(2) 397-419 (2014) <http://real.mtak.hu/21933>
14. László T, Némethi A: Ehrhart theory of polytopes and Seiberg-Witten invariants of plumbed 3-manifolds. *Geom Topol*, 18:(2) 717-778 (2014) <http://real.mtak.hu/21934>
15. Major P: Multiple Wiener-Itô integrals (revised version): With applications to limit theorems. Springer Verlag, *Lect Notes Math*, 849: 128 (2014) <http://real.mtak.hu/20064>
16. Matolcsi M, Ruzsa IZ: Difference sets and positive exponential sums I. General properties. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 20:(1) 17-41 (2014) <http://real.mtak.hu/7885>
17. Ozsváth P, Stipsicz AI, Szabó Z: Knots in lattice homology. *Commentarii Mathematicii Helvetici*, 89:(4) 783-818 (2014) <http://real.mtak.hu/21935>
18. Petz D, Ruppert L, Szántó A: Conditional SIC-POVMs. *IEEE Transactions on Information Theory*, 60:(1) 351-356 (2014) <http://real.mtak.hu/21936>